

پاسخنامه تشریحی

۱. گزینه ۴

وقتی جرم کل ۲۵ درصد افزایش می‌یابد، یعنی $m_2 = \frac{5}{4}m_1$ و وقتی انرژی جنبشی ۲۰ درصد کاهش می‌یابد، یعنی $K_2 = \frac{4}{5}K_1$ است. به عبارتی داریم:

$$m_2 = m_1 + \frac{1}{4}m_1 = \frac{5}{4}m_1$$

$$K_2 = \frac{40}{100}K_1$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}(m_2)(v_2)^2}{\frac{1}{2}(m_1)(v_1)^2}$$

$$\frac{40}{100} = \left(\frac{m_2}{m_1}\right)\left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{10} = \frac{\frac{5}{4}m_1}{m_1} \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{4}{10} = \frac{5}{4} \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$\frac{16}{25} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{4}{5} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow ۲۰ \text{ درصد کاهش}$$

۲. گزینه ۳ طبق صورت سؤال داریم:

$$m_2 - m_1 = -\frac{75}{100}m_1 \Rightarrow m_2 = \frac{1}{4}m_1$$

حال با استفاده از تعریف انرژی جنبشی، داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 1 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = 2$$

$$\Rightarrow \text{درصد تغییرات تندی} : \left(\frac{v_2}{v_1} - 1\right) \times 100 = (2 - 1) \times 100 = 100\%$$

بنابراین تندی جسم باید ۱۰۰ درصد افزایش یابد.

۳. گزینه ۲ با استفاده از تعریف انرژی جنبشی داریم:

$$m_2 = m_1 - \frac{36}{100}m_1 \Rightarrow m_2 = 0.64m_1$$

$$v_2 = v_1 + \frac{25}{100}v_1 \Rightarrow v_2 = 1.25v_1$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = 0.64 \times (1.25)^2 = 1$$

۴. گزینه ۲ از رابطه تغییر انرژی جنبشی برای جسمی با جرم ثابت داریم: $K = \frac{1}{2}mv^2$

$$\Delta K = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 2(8^2 - 12^2) = -80J$$

یعنی انرژی جنبشی جسم ۸۰ ژول کاهش یافته است.

۵. گزینه ۲ روش اول: انرژی جنبشی در t_0 را K در نظر بگیریم:

$$t_0 = 0 \rightarrow K_0 = K$$

از آنجایی که $\left(\frac{K - K_0}{K_0} = 0.1\right)$ برای هر بازه برقرار است، درصد تغییر انرژی جنبشی در هر بازه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

فیزیک دهم فصل سه

$$t_1 = 7s \Rightarrow K_1 = 1,1K$$

$$t_2 = 14s \Rightarrow \frac{K_2 - K_1}{K_1} = 0,1 \Rightarrow K_2 = 1,21K'$$

$$t_3 = 21s \Rightarrow \frac{K_3 - K_2}{K_2} = 0,1 \Rightarrow K_3 = 1,331K'$$

بنابراین برای بازه $t_1 = 7s$ الی $t_3 = 21s$ داریم:

$$\text{درصد تغییر انرژی جنبشی} = \frac{K_3 - K_1}{K_1} \times 100\% = \frac{1,331K - 1,1K}{1,1K} \times 100\% = +21\%$$

گزینه ۲، صحیح است.

روش دوم: می‌توانیم مبنا را همان $t = 7s$ در نظر بگیریم، بنابراین:

$$t_1 = 7s \Rightarrow K_1 = K$$

$$t_2 = 14s \rightarrow K_2 = 1,1K \rightarrow t = 21 \text{ الی } t = 7 \text{ درصد تغییر انرژی جنبشی از } = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100\% = +21\%$$

$$t_3 = 21s \rightarrow K_3 = 1,21K$$

۶. گزینه ۳ از رابطه انرژی جنبشی برحسب تندی داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{108}{72}\right)^2 = \frac{9}{4} = \frac{225}{100}$$

$$\left(\frac{\Delta K}{K_1}\right) \times 100 = \left(\frac{K_2}{K_1} - 1\right) \times 100 = \left(\frac{225}{100} - 1\right) \times 100 = 125\%$$

توجه: چون در حل سؤال از نسبت تندی‌ها استفاده شده؛ نیازی به تبدیل یکای کیلومتر بر ساعت به متر بر ثانیه نبود.

۷. گزینه ۴ ابتدا جرم جسم را برحسب kg محاسبه می‌کنیم:

$$m = \frac{3}{5} \times 10^{12} ng = \frac{3}{5} \times 10^9 g = \frac{3}{5} kg$$

چون در هر ثانیه به اندازه $\frac{3}{10} \frac{km}{h}$ به تندی آن اضافه می‌شود، پس در پایان دقیقه اول حرکت (یعنی در $t = 60s$) تندی متحرک به صورت زیر است:

$$v = 60 \times \frac{3}{10} = 18 \frac{km}{h} \Rightarrow v = \frac{18}{3,6} = 5 \frac{m}{s}$$

اکنون انرژی جنبشی را به دست می‌آوریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{5}\right) (25) = 7,5J = 7500mJ$$

۸. گزینه ۲ هنگامی که ۳۶ درصد از جرم جسم کاسته شود، جرم باقی‌مانده ۶۴ درصد جرم اولیه است؛ یعنی:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{64}{100}$$

حال برای ثابت ماندن انرژی جنبشی در هر دو حالت داریم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \xrightarrow{K_2=K_1} 1 = \frac{64}{100} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{100}{64} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1 + \frac{1}{4} \rightarrow \frac{\Delta v}{v_1} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{\Delta v}{v_1} \times 100 = 25\%$$

یعنی در اینجا، تندی جسم باید ۲۵ درصد افزایش یابد تا انرژی جنبشی آن تغییر نکند.

۹. گزینه ۳

$$\begin{cases} m_i = 3m \\ v_i = v \end{cases} \rightarrow K_i = \frac{1}{2}m_i v_i^2 = \frac{3}{2}mv^2$$

جرم بار کاهش یافته $\Delta m = -50\% \times 2m = -m$

$$m_f = 2m$$

$$\Delta v = 50\% v_1 \rightarrow \Delta v = 0,5v \rightarrow v_f = 1,5v$$

$$\begin{cases} m_f = 2m \\ v_f = 1,5v \end{cases} \rightarrow K_f = \frac{1}{2} \times 2m \times (1,5v)^2 = 2,25mv^2$$

$$\frac{K_f}{K_i} = \frac{2,25mv^2}{1,5mv^2} = 1,5 \rightarrow \Delta K = 1,5K_i - K_i = 0,5K_i$$

$$\% \frac{\Delta K}{K_i} = \frac{5}{10} \times 100\% = 50\%$$

۱۰. گزینه ۲ برای مقایسه انرژی جنبشی دو جسم، نسبت جرم‌ها و نسبت تندی‌هایشان را به دست می‌آوریم:

فیزیک دهم فصل سه

$$m_A = m_B + \frac{1}{4}m_B = \frac{5}{4}m_B$$

$$v_A = v_B - \frac{1}{5}v_B = \frac{4}{5}v_B$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{5}{4} \times \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = \frac{4}{5} = 0.8$$

۱۱. گزینه ۴ طبق صورت سؤال داریم:



$$v_2 = 0.4v_1 \Rightarrow v - 6 = 0.4v \Rightarrow 0.6v = 6 \Rightarrow v_1 = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow v_2 = 4 \frac{m}{s}$$

$$\text{درصد تغییرات انرژی جنبشی} = \frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} \times 100$$

$$= \frac{v_2^2 - v_1^2}{v_1^2} \times 100 = \frac{4^2 - 10^2}{10^2} \times 100 = \frac{16 - 100}{100} \times 100 = -84\%$$

یعنی انرژی جنبشی اش ۸۴ درصد کاهش یافته است.

۱۲. گزینه ۳ وقتی جرم ۲۰ درصد افزایش می‌یابد، بدین معنی است که $\frac{m_2}{m_1} = 1.2$ است.

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 \\ m_2 &= \frac{1}{2}m_1 \\ v_2 &= \frac{1}{2}v_1 \end{aligned} \right\} \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{1.2}{1.0} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{10}$$

۱۳. گزینه ۴

چون انرژی جنبشی جسم ساکن B ، بعد از برخورد، معادل $\frac{1}{4}$ انرژی جنبشی جسم A شده و از طرفی $\frac{1}{4}$ انرژی جنبشی اولیه جسم A به گرما تبدیل شده، پس طبق پایستگی انرژی، انرژی جنبشی ثانویه جسم A ، معادل $\frac{1}{4}$ انرژی جنبشی اولیه آن است. یعنی:

$$K_B = \frac{1}{4}K_A \rightarrow \frac{1}{2}m_Bv_B^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}m_Av_A^2 \xrightarrow{m_B=2m_A} 2m_Av_B^2 = \frac{1}{2}m_Av_A^2 \rightarrow v_B^2 = \frac{1}{4}v_A^2 \rightarrow v_B = \frac{1}{2}v_A$$

$$K'_A = \frac{1}{4}K_A \rightarrow \frac{1}{2}m_Av_A'^2 = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}m_Av_A^2 \rightarrow v_A'^2 = \frac{1}{4}v_A^2 \rightarrow v_A' = \frac{1}{2}v_A$$

v'_A : سرعت جسم A پس از برخورد

K'_A : انرژی جنبشی جسم A پس از برخورد

$$\rightarrow \frac{v'_A}{v_B} = \frac{\frac{1}{2}v_A}{\frac{1}{2}v_A} = 1$$

۱۴. گزینه ۲ با افزایش ۴۰ درصدی نیرو داریم:

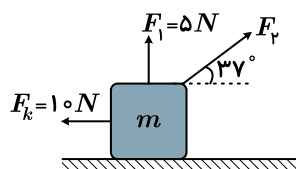
$$F_2 = F_1 + \frac{40}{100}F_1 = \frac{140}{100}F_1 = \frac{7}{5}F_1$$

$$W_F = F \times d \Rightarrow \frac{W_{F_2}}{W_{F_1}} = \frac{F_2}{F_1} \Rightarrow \frac{W_{F_1} + 40}{W_{F_1}} = \frac{7}{5} \Rightarrow W_{F_1} = 200J$$

مقدار اولیه W_{F_1} برای حالتی است که زاویه نیرو و جابه‌جایی صفر و $\cos \theta = 1$ باشد. اگر نیرو با افق زاویه 37° بسازد، می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} W_{F_1} = F_1 \times d \\ W'_{F_1} = F_1 \times d \times \cos 37^\circ \Rightarrow W'_{F_1} = W_{F_1} \times \cos 37^\circ = 200 \times 0.8 = 160J \end{cases}$$

۱۵. گزینه ۲ روش اول: کار انجام شده توسط هر نیرو را جداگانه محاسبه می‌کنیم:



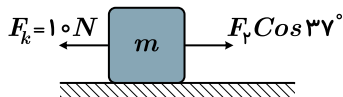
$$W_{F_1} = F_1 d \cos 90^\circ \Rightarrow W_{F_1} = 0$$

$$W_{F_f} = F_f d \cos 37^\circ = F_f \times 5 \times \frac{4}{5} = 4F_f (J)$$

$$W_{f_K} = f_K d \cos 180^\circ = 10 \times 5 \times (-1) = -50 (J)$$

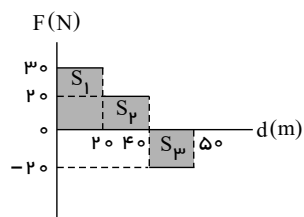
$$W_t = W_{F_1} + W_{F_f} + W_{f_K} \Rightarrow 110 = 0 + 4F_f - 50 \Rightarrow F_f = 40 N$$

روش دوم: کار کل نیروها از رابطه به دست می‌آید که منظور از F_t ، برآیند نیروها در راستای جابه‌جایی است.



$$W_t = F_t d \Rightarrow 110 = \left(\frac{4}{5} F_f - 10 \right) \times 5 \Rightarrow \frac{4}{5} F_f - 10 = 22 \Rightarrow F_f = 40 N$$

۱۶. گزینه ۲ با توجه به رابطه $W = Fd \cos \theta$ و هم‌راستا بودن نیرو و جابه‌جایی، مساحت زیر نمودار بیانگر کار انجام شده روی جسم خواهد بود. بنابراین داریم:

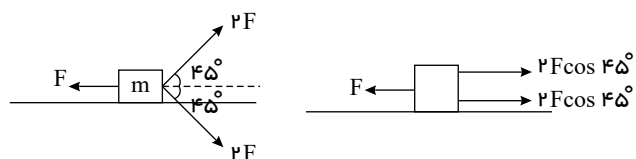


$$W = S_1 + S_2 - S_3 \Rightarrow W = 30 \times 20 + 20 \times 20 - 10 \times 20 \Rightarrow W = 600 + 400 - 200 = 800 J$$

۱۷. گزینه ۳ برای شکل (۱)، مولفه‌های نیروها در راستای حرکت داریم:

$$F_{T_1} = 2F \cos 45^\circ + 2F \cos 45^\circ - F \Rightarrow F_{T_1} = 2F\sqrt{2} - F = F(2\sqrt{2} - 1)$$

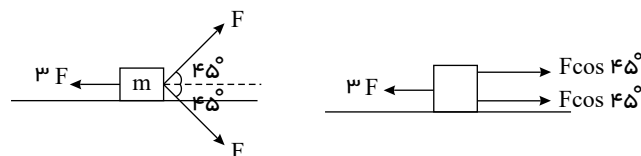
$$W_{T_1} = F_{T_1} \times d = F(2\sqrt{2} - 1) \times d$$



برای شکل (۲):

$$F_{T_2} = F \cos 45^\circ + F \cos 45^\circ - 3F = F(\sqrt{2} - 3)$$

$$W_{T_2} = F_{T_2} \times d = F(\sqrt{2} - 3) \times d$$

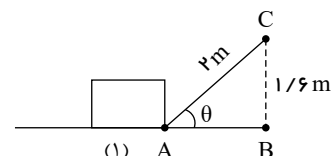


پس:

$$W_{T_1} > W_{T_2}$$

۱۸. گزینه ۲ در حالت (۱) چون کار و جابه‌جایی در هر دو حالت یکسان است، با کاهش ۲۵ درصدی نیروی F ، $\cos \theta$ به $\frac{4}{3}$ برابر می‌شود. بنابراین در ابتدا $\cos \theta$ را در حالت اول محاسبه می‌کنیم و به صورت زیر ادامه می‌دهیم:

$$\cos \theta = \frac{AB}{AC} = \frac{1,2}{2} = 0,6 \Rightarrow AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow AB^2 + (1,6)^2 = 2^2 \Rightarrow AB^2 = 1,44 \Rightarrow AB = 1,2 m$$



در حالت (۲)

فیزیک دهم فصل سه

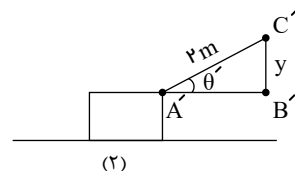
$$W_1 = F_1 d \cos \theta$$

$$W_r = F_r d' \cos \theta'$$

$$W_1 = W_r \Rightarrow F_1 d \cos \theta = F_r d' \cos \theta'$$

$$\xrightarrow{d=d'} F_1 \times 0,6 = \frac{75}{100} F_1 \times \cos \theta' \Rightarrow \cos \theta' = 0,8 \xrightarrow{\sin \theta' = \sqrt{1 - \cos^2 \theta'}} \sin \theta' = 0,6$$

$$F_r = \frac{75}{100} F_1$$



در شکل (۲) داریم:

$$\sin \theta' = \frac{B'C'}{A'C'} \Rightarrow 0,6 = \frac{y}{2} \Rightarrow y = 1,2m$$

حال طول جعبه را به دست می‌آوریم:

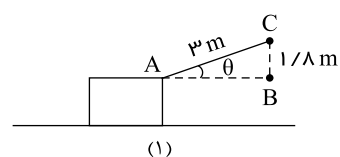
$$a = 1,6 - 1,2 = 0,4m$$

۱۹. گزینه ۲ ابتدا کسینوس زاویه بین نیرو و جابه‌جایی را در هر مرحله به دست می‌آوریم:

حالت (۱):

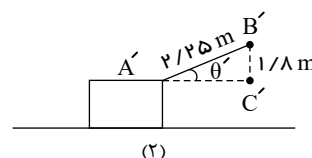
$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow AB^2 + (1,8)^2 = 3^2 \Rightarrow AB^2 = 5,76 \Rightarrow AB = 2,4m$$

$$\cos \theta = \frac{2,4}{3}$$



حالت (۲):

$$\sin \theta' = \frac{1,8}{2,25} = 0,8 \xrightarrow{\sin \theta' = \sqrt{1 - \cos^2 \theta'}} \cos \theta' = 0,6$$

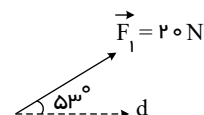


چون کار انجام شده توسط نیروی F و F' برابر است پس:

$$W = W' \Rightarrow F d \cos \theta = F' d \cos \theta' \xrightarrow{d=d'} F \cos \theta = F' \cos \theta' \Rightarrow F \times 0,8 = F' \times 0,6 \Rightarrow \frac{F'}{F} = \frac{0,8}{0,6} = \frac{4}{3}$$

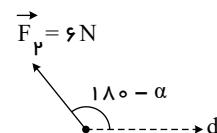
۲۰. گزینه ۴ کار نیروی F1 را به دست می‌آوریم:

$$W_1 = F_1 d \cos \alpha = 20 \times d \times 0,6 = 12d$$



حال کار نیروی F2 را به دست می‌آوریم:

$$W_r = F_r d \cos 180 - \alpha \Rightarrow W_r = -6d \cos \alpha$$



می‌دانیم نسبت کار نیروی F2 به کار نیروی F1 برابر $-\frac{1}{4}$ است پس:

$$\frac{W_r}{W_1} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{-6d \cos \alpha}{12d} = -\frac{1}{4} \Rightarrow -\frac{1}{2} \cos \alpha = -\frac{1}{4} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$

۲۱. گزینه ۳ کار نیروی F به‌ازای جابه‌جایی معین برابر است با:

$$W = F d \cos \alpha$$

$$W_{F_1} = F_1 d \cos \alpha \Rightarrow W_{F_1} = 30 \times 0,2 \times \cos 0 = 30 \times 0,2 = 6J$$

$$W_{F_2} = F_2 d \cos \alpha \Rightarrow W_{F_2} = 20 \times 0,2 \times \cos 90 = 0$$

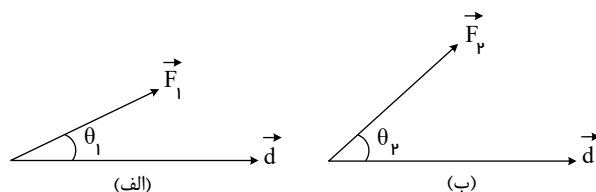
$$W_{F_3} = F_3 d \cos \alpha \Rightarrow W_{F_3} = 10 \times 0,2 \times \cos (180 - 60) = 10 \times 0,2 \times (-0,5) = -1J$$

$$\frac{W_{F_2}}{W_{F_1}} = -\frac{1}{6}$$

۲۲. گزینه ۳ کار نیروی F به ازای جابه‌جایی معین برابر است با:

$$W = Fd \cos \theta$$

$$\rightarrow d = \frac{W}{F \cdot \cos \theta} \xrightarrow{d_1=d_2} \frac{W_1}{F_1=F_2} \xrightarrow{\cos \theta_1} \frac{W_2}{\cos \theta_2} \xrightarrow{\theta_2 > \theta_1} \frac{W_2}{\cos \theta_2 < \cos \theta_1} \rightarrow W_2 < W_1$$



پس $\frac{W_2}{W_1} < 1$ یعنی کمتر از ۱ است.

از طرفی چون با افزایش زاویه θ ، بزرگی نیروی موثر که به جسم شتاب افقی می‌دهد، کاهش می‌یابد، شتاب نیز کاهش می‌یابد. یعنی $a_2 < a_1$ است.

۲۳. گزینه ۳ طبق رابطه کار نیروی ثابت ($W = Fd \cos \theta$) هنگامی که $\theta = 0^\circ$ باشد کار نیروی F برابر Fd و هنگامی که $\theta = 180^\circ$ باشد، کار نیروی F برابر $-Fd$ است و به ازای هر زاویه دلخواه دیگر کار انجام شده همواره بین این دو مقدار است.

$$\text{جابه‌جایی} = \text{سرعت متوسط} \times \text{زمان} \Rightarrow d = 2 \times 5 = 10 \text{ m}$$

$$-Fd \leq W \leq Fd \xrightarrow{F=6N, d=10m} -6 \times 10 \leq W \leq 6 \times 10 \Rightarrow -60 \leq W \leq 60$$

پس فقط مقدار گزینه ۳ در این بازه قرار دارد.

۲۴. گزینه ۲

$$\text{جابه‌جایی} = \text{تندی متوسط} \times \text{زمان} \Rightarrow d = 5 \times 2 = 10 \text{ m}$$

$$W_F = Fd \cos \alpha \Rightarrow W_F = 20 \times 10 \times \cos 60^\circ \Rightarrow 20 \times 10 \times \frac{1}{2} = 100 \text{ J}$$

$$W_f = fd \cos \alpha \Rightarrow W_f = 5 \times 10 \times \cos 180^\circ \Rightarrow -5 \times 10 = -50 \text{ J}$$

$$\Rightarrow W_T = W_F + W_f = 100 - 50 = 50 \text{ J}$$

۲۵. گزینه ۳ طبق فرمول $W_F = Fd \cos \alpha$ داریم:

$$W_{F_1} = F_1 d \cos \alpha \Rightarrow W_{F_1} = 20 \times 5 \times 1 = 100 \text{ J}$$

$$W_{F_2} = F_2 d \cos \alpha \Rightarrow W_{F_2} = 50 \times 5 \times \cos 60^\circ = 50 \times 5 \times \frac{1}{2} = 125 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = f_k \times d \times \cos 180^\circ \Rightarrow W_{f_k} = -25 \times 5 = -125 \text{ J}$$

$$W_T = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{f_k} \Rightarrow W_T = 100 + 125 - 125 = 100 \text{ J}$$

$$\frac{W_T}{W_{f_k}} = \frac{100}{-125} = -0.8$$

۲۶. گزینه ۳ ابتدا به کمک رابطه کار نیروهای ثابت، مقادیر F_1 و F_2 را محاسبه می‌کنیم:

$$W_{F_1} = F_1 d \cos \alpha \Rightarrow W_{F_1} = F_1 \times 60 \times \cos 60^\circ = F_1 \times 6 \times \frac{1}{2} \Rightarrow W_{F_1} = 3F_1$$

$$W_{F_2} = F_2 d \cos \alpha \Rightarrow W_{F_2} = 5 \times 6 \times \cos 180^\circ = -30 \text{ N}$$

حال داریم:

$$\frac{W_{F_1}}{W_{F_2}} = -\frac{10}{-30} \Rightarrow \frac{3F_1}{-30} = -\frac{10}{-30} \Rightarrow \frac{F_1}{10} = \frac{10}{30} \Rightarrow F_1 = 25 \text{ N}$$

۲۷. گزینه ۱ ابتدا با استفاده از قانون دوم نیوتون، اندازه نیروی F را حساب می‌کنیم:

$$F = ma \Rightarrow F = (75 + 25) \times 0.5 \Rightarrow F = 50 \text{ N}$$

حال کار این نیرو را طی جابه‌جایی افقی مجموعه حساب می‌کنیم:

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 50 \times 10 \times \cos 0^\circ \Rightarrow W_F = 500 \text{ J}$$

۲۸. گزینه ۳ مساحت محدود به نمودار نیرو بر حسب جابه‌جایی برابر است با کار انجام شده. داریم:

$$10 \times 2 + 15 \times (d - 2) + 18(6 - d) = 85.4 \text{ kJ}$$

$$d = 4.2 \text{ m}$$

۲۹. گزینه ۱ طبق رابطه $W = F \cdot d \cos \theta$ در حالت اول داریم:

$$W_1 = 5 \times 4 \times 0.8 = 16J$$

در حالت دوم $53^\circ = 16^\circ + 37^\circ = \theta_2$ و $F_2 = 1.6F_1 = 1.6 \times 5 = 8N$ می‌باشد. داریم:

$$W_2 = 8 \times 5 \times 0.6 = 24J$$

$$W \text{ درصد تغییرات} = \frac{W_2 - W_1}{W_1} \times 100 = \frac{24 - 16}{16} \times 100 = 50\%$$

۳۰. گزینه ۳ کار انجام شده توسط هر نیرو را جداگانه بررسی می‌کنیم.

$$W_1 = (F_1 \cos \theta) d = (F_1 \cos 37^\circ) d = 20 \times 0.8 \times 5 = 80J$$

$$W_2 = (F_2 \cos \theta) d = (F_2 \cos 0^\circ) d = 30 \times 1 \times 5 = 150J$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos \theta = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d = -10 \times 5 = -50J$$

$$W_T = W_1 + W_2 + W_{f_k} = 80 + 150 - 50 = 180J$$

پس:

$$\frac{W_T}{W_1} = \frac{180}{80} = \frac{9}{4}$$

۳۱. گزینه ۲ برای پیدا کردن کار نیروی F ، باید بزرگی نیرو و مقدار جابه‌جایی را بدانیم. بنابراین ابتدا این دو مقدار را تعیین کرده و با توجه به زاویه بین آنها، کار نیروی F را محاسبه می‌کنیم: (دقت کنید که چون جسم از حال سکون در اثر نیروی افقی F به حرکت درآمده، $\theta = 0$ است.)

$$F = ma \rightarrow F = 2 \times 6 \rightarrow F = 12(N)$$

$$d = 27(m)$$

$$W = F \cdot d \cdot \cos \theta \rightarrow W = 12 \times 27 \times 1 \rightarrow W = 324J$$

۳۲. گزینه ۴ کار هر سه نیرو را قبل از حذف نیروی $2F$ محاسبه کنیم:

$$W_T = W_{(F)} + W_{(2F)} - W_{(F)} \rightarrow W = 4Fd \cos \theta + 2Fd - Fd \Rightarrow W = 4Fd \cos \theta + Fd \quad (I)$$

پس از حذف نیروی $2F$ ، فقط دو نیروی $4F$ و F باقی می‌ماند، از طرفی کار نیروهای $4F$ و F برابر $\frac{W}{3}$ است پس:

$$W_T = W_{(F)} - W_{(F)} \rightarrow \frac{W}{3} = 4Fd \cos \theta - Fd \quad (II)$$

با توجه به ۲ رابطه (I) و (II) داریم:

$$\left. \begin{aligned} W &= 4Fd \cos \theta + Fd \\ \frac{W}{3} &= 4Fd \cos \theta - Fd \end{aligned} \right\} \frac{4Fd \cos \theta + Fd}{3} = 4Fd \cos \theta - Fd \Rightarrow 4Fd \cos \theta + Fd = 12Fd \cos \theta - 3Fd \Rightarrow 4Fd \cos \theta = 8Fd \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ$$

۳۳. گزینه ۳ می‌دانیم که کار نیروی ثابت در یک جابه‌جایی مستقل از مسیر حرکت است. پس به دلخواه فرض می‌کنیم که جسم ابتدا ۳ متر در خلاف جهت مثبت محور x و سپس ۴ متر در جهت مثبت محور y جابه‌جا شده است. کار این نیرو در این جابه‌جایی برابر جمع کار نیرو در این دو جابه‌جایی متوالی است. همچنین می‌دانیم که طبق رابطه کار مؤلفه‌ای از نیرو کار انجام می‌دهد که در راستای جابه‌جایی باشد و کار مؤلفه عمود بر جابه‌جایی صفر است.

$$W_F = W_1 + W_2 = 30 \times (3 \cos 180^\circ) + 40 \times (4 \cos 180^\circ) = 30 \times (-3) + 40 \times (-4) = -250J$$

توجه داریم که هم در مرحله اول مسیر فرضی ما و هم در مرحله دوم، جابه‌جایی و مؤلفه نیرو در راستای جابه‌جایی خلاف جهت همدیگرند.

گزینه ۳ پاسخ درست است.

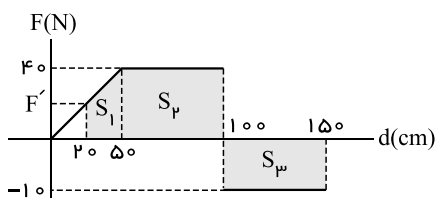
نکته ۱) براساس آنچه گذشت می‌توان گفت: کار یک نیروی ثابت در یک جابه‌جایی دلخواه برابر است با مجموع حاصل ضرب مؤلفه‌هایی نظیر نیرو و جابه‌جایی. یعنی:

$$\vec{F} = F_x \hat{i} + F_y \hat{j} \quad \vec{d} = x \hat{i} + y \hat{j}$$

$$W = F_x x + F_y y$$

۳۴. گزینه ۳

سطح زیر نمودار نیروی افقی F برحسب جابه‌جایی افقی جسم در امتداد محور x برابر کار است، پس داریم:



قبل از هر چیز، نیروی وارد بر جسم را در مکان $x = 20 \text{ cm}$ ، با استفاده از تشابه مثلث‌ها می‌یابیم:

$$\frac{F'}{40} = \frac{20}{50} \Rightarrow F' = 16N$$

$$W = S_1 + S_2 - S_3 = \frac{1}{2} (16 + 40) \left(\frac{20}{100} \right) + 40 \times \frac{50}{100} - \left(\frac{50}{100} \times 100 \right) = 8.4 + 20 - 50 = 23.4J$$

۳۵. گزینه ۱ برای کار انجام شده در مسیر AB داریم:

$$\begin{cases} W_t = F \cdot d \cos 0^\circ + F \cdot d \cos 60^\circ = \Delta F + \Delta F \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \Delta F \rightarrow F = 20 \text{ N} \\ W_t = 150 \text{ J} \end{cases}$$

در ادامه برای مسیر CD خواهیم داشت:

$$W_t = F \cdot d \cos 0^\circ + F \cdot d \cos 30^\circ + fd \cos 180^\circ = 20 \times 4 + 20 \times 4 \times \frac{1}{2} - 15 \times 4 = 80 + 68 - 60 \Rightarrow W_t = 88 \text{ J}$$

۳۶. گزینه ۳ کار کل در این جابه‌جایی، شامل کار ۳ نیروی f_k, F', F (نیروی اصطکاک جنبشی) است. با توجه به اینکه جهت جابه‌جایی در جهت نیروی F است، کار نیروهای F' و f_k منفی است، بنابراین داریم:

$$W_t = W_F + W_{F'} + W_{f_k}$$

$$W_{F'} = -F' \times d \times \cos 60^\circ \xrightarrow{F'=F} W_{F'} = -\frac{1}{2} F \cdot d \xrightarrow{W_F=F \times d} W_{F'} = -\frac{1}{2} W_F \quad (1)$$

با توجه به فرض سوال:

$$W_{F'} = \Delta W_{f_k} \rightarrow W_{f_k} = \frac{1}{\Delta} W_{F'} \xrightarrow{W_{F'} = -\frac{1}{2} W_F} W_{f_k} = -\frac{1}{10} W_F \quad (2)$$

و در نهایت داریم:

$$W_t = W_F + W_{F'} + W_{f_k} \xrightarrow{(1),(2)} W_t = W_F - \frac{1}{2} W_F - \frac{1}{10} W_F \rightarrow W_t = 0.4 W_F \rightarrow \frac{W_t}{W_F} = 0.4$$

۳۷. گزینه ۳ در شکل الف): کار کل با مجموع جبری کار هریک از نیروها برابر است. یعنی:

$$W_1 = 3Fd \cos 37^\circ - 2Fd \cos 53^\circ = 2.4Fd - 1.2Fd = 1.2Fd$$

در شکل ب): (دقت کنید که کار دو نیروی واردشده به جسم را می‌خواهد، نه کار کل، بنابراین کار نیروی وزن و ... را محاسبه نمی‌کنیم.)

$$W_2 = 2Fd - Fd \cos 37^\circ = 2Fd - 0.8Fd = 1.2Fd$$

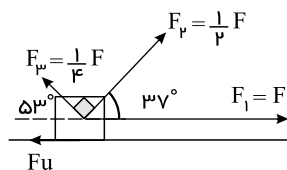
$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{1.2Fd}{1.2Fd} = 1$$

۳۸. گزینه ۲ قبل از هرچیز می‌دانیم که کار نیروهای عمود بر جابه‌جایی صفر است. از آنجا که جسم در امتداد افق جابه‌جا شده پس کار نیروی F_y در این جابه‌جایی صفر است. حال با توجه به اینکه در این مسیر دو نیروی $\vec{F}_x$ و $\vec{f}_k$ کار انجام داده‌اند، داریم:

$$W_t = W_F + W_{f_k} \xrightarrow{W_F=F \times d_x} W_t = F_x d_x - f_k \times d_x \xrightarrow{W_t=36J, F_x=3N, d_x=24m} 36 = 3 \times 24 - f_k \times 24 \Rightarrow f_k = \frac{36}{24} \Rightarrow f_k = 1.5 \text{ N}$$

* دقت کنید، چون جسم از حال سکون و در اثر یک نیروی ثابت در امتداد سطح افقی شروع به حرکت کرده، الزاماً حرکتش تندشونده بوده، یعنی الزاماً $\vec{F}_x$ و d_x هم‌سو هستند.

۳۹. گزینه ۱ در این جابه‌جایی، چهار نیرو بر روی جسم کار انجام می‌دهند، بنابراین برای تعیین کار کل، باید کار هریک از آنها را محاسبه کرده و با یکدیگر جمع جبری کنیم. با توجه به شکل داریم:



$$W_t = \frac{3}{2} W_{F_v}$$

$$W_t = W_{F_1} + W_{F_v} + W_{F_\mu} + W_{f_k} \rightarrow$$

$$\frac{3}{2} W_{F_v} = W_{F_1} + W_{F_v} + W_{F_\mu} + W_{f_k} \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_v} + W_{f_k} = \frac{1}{2} W_{F_v} \xrightarrow{W=F \cdot d \cdot \cos \theta}$$

$$F \cdot d - \frac{1}{4} F \cdot d \cdot \frac{6}{10} + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} F \cdot d \cdot \frac{8}{10} \Rightarrow Fd - \frac{3}{20} Fd + W_{f_k} = \frac{4}{20} Fd \Rightarrow W_{f_k} = -\frac{13}{20} Fd$$

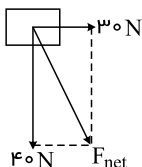
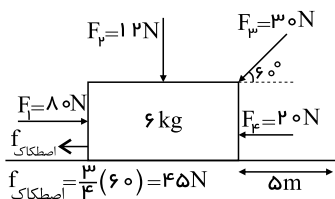
و در آخر داریم:

$$\frac{W_{f_k}}{W_{F_v}} = \frac{-\frac{13}{20} F \cdot d}{-\frac{3}{20} Fd} \Rightarrow \frac{W_{f_k}}{W_{F_v}} = \frac{13}{3}$$

۴۰. گزینه ۳ با توجه به تعریف کار یک نیروی ثابت داریم:

$$W = Fd \cos \theta \Rightarrow \frac{W_2}{W_1} = \frac{50d \cos 60^\circ}{20d \cos 30^\circ} = \frac{5}{2} \times \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$$

۴۱. گزینه ۴ کار هریک از نیروها را محاسبه کرده و پس از آن کار کل را به دست می‌آوریم:



$$W_{F_1} = 8 \times 5 = 40 \text{ J}$$

$$W_{F_2} = 0 \text{ J}, W_{F_3} = 30 \times 5 \times \cos(180 - 60) = -75 \text{ J}$$

$$W_{F_4} = 20 \times 5 \cos 180 = -100 \text{ J}$$

$$W_{f_{\text{اصطکاک}}} = 45 \times 5 \times \cos 180 = -225 \text{ J}$$

$$W_t = 40 + 0 - 75 - 100 - 225 = 0 \text{ J}$$

توجه: از طریق برآیند نیروها می توان دریافت که چون برآیند آنها صفر است، کار کل نیز صفر می شود.

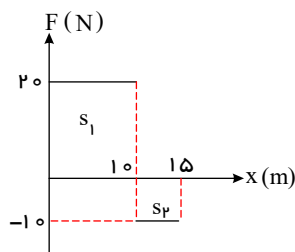
۴۲. گزینه ۱ ابتدا نیروی خالص وارد بر جسم را حساب می کنیم:

$$F_{\text{net}} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \text{ N}$$

جسم ساکن با اعمال نیرو در جهت نیروی خالص حرکت می کند، پس $\theta = 0$

$$W_t = F_{\text{net}} d \cos \theta = 50 \times 2 \times \cos 0 = 100 \text{ J}$$

۴۳. گزینه ۲ مساحت بین این نمودار نیرو - مکان و محور مکان برابر کار نیرو است.



۴۴. گزینه ۳ در این تست با یک نیروی متغیر روبه رو هستیم که به صورت خطی با زمان افزایش می یابد، برای محاسبه کار این نیرو باید متوسط نیرو را در ۲ ثانیه سوم حرکت یعنی بازه زمانی ۴ تا ۶ ثانیه به دست آورده و در رابطه کار قرار دهیم:

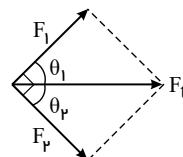
$$t_1 = 4 \text{ s} : F_1 = 90 \text{ N} \quad \bar{F} = \frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{90 + 130}{2} = 110 \text{ N}$$

$$t_2 = 6 \text{ s} : F_2 = 130 \text{ N} \quad W = \bar{F} \cdot d \cdot \cos \theta = 110 \times 5 \times \cos 0 = 550 \text{ J}$$

به طور کلی یادتان باشد که اگر نیرو به طور خطی و یکنواخت تغییر کند، باید مقدار متوسط که همان مقدار میانگین است را محاسبه کرده و در رابطه کار قرار داد.

۴۵. گزینه ۱ قبل از هر چیز باید ببینیم که هر یک از نیروها با راستای حرکت (نیروی برابند) چه زاویه ای می سازند:

$$F_t = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \rightarrow F_t = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10 \text{ N}$$



$$\cos \theta_1 = \frac{F_1}{F_t} = \frac{8}{10} = 0.8, \cos \theta_2 = \frac{F_2}{F_t} = \frac{6}{10} = 0.6$$

$$W_{F_1} = F_1 \cdot d \cdot \cos \theta_1 \rightarrow W_{F_1} = 8 \times 5 \times 0.8 = 32 \text{ J} \quad \rightarrow \frac{W_{F_1}}{W_{F_2}} = \frac{32}{18} = \frac{16}{9}$$

$$W_{F_2} = F_2 \cdot d \cdot \cos \theta_2 \rightarrow W_{F_2} = 6 \times 5 \times 0.6 = 18 \text{ J}$$

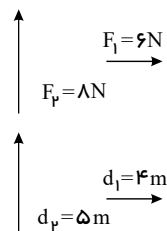
۴۶. گزینه ۳ برای حل این تیپ تست ها، باید فرض کرد که دو نیروی $F_1 = 6 \text{ N}$ و $F_2 = 8 \text{ N}$ به ترتیب در دو راستای x و y داریم و دو راستای جابه جایی داریم و سپس کار هر یک از نیروها را در هر راستایی محاسبه کرده و در آخر با هم جمع می کنیم:

$$W_{F_1} = F_1 \cdot d_1 \cdot \cos \theta_1 = 6 \times 4 \times \cos 0 = 24 \text{ J}$$

$$W'_{F_1} = F_1 \cdot d_2 \cdot \cos \theta'_1 = 6 \times 5 \times \cos 90^\circ = 0$$

$$W_{F_2} = F_2 \cdot d_2 \cdot \cos \theta_2 = 8 \times 5 \times \cos 0 = 40 \text{ J}$$

$$W'_{F_2} = F_2 \cdot d_1 \cdot \cos \theta'_2 = 8 \times 4 \times \cos 90^\circ = 0 \text{ J}$$



$$W_t = W_{F_1} + W'_{F_1} + W_{F_2} + W'_{F_2} = 24 + 0 + 40 + 0 = 64 \text{ J}$$

نکته: در سال دوازدهم خواهید خواند که کار حاصل از نیروی $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$ در جابه جایی $\vec{d} = d_x \vec{i} + d_y \vec{j}$ از رابطه ضرب عددی (داخلی) به صورت زیر محاسبه می گردد:

$$W = F_x d_x + F_y d_y$$

$$\Rightarrow W = (6 \times 4) + (8 \times 5) \Rightarrow W = 64 J$$

۴۷. گزینه ۱ نکته: سطح زیر نمودار نیرو و جابه‌جایی برابر با کار برآیند نیروهای وارد بر جسم است: با توجه به نکته بالا و قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$S = W_t$$

$$S = \Delta K \rightarrow \frac{20 \times 30}{2} = \frac{1}{2} \times 2(v_2^2 - 0) \rightarrow v_2^2 = 300 \rightarrow v_2 = 10\sqrt{3} m/s$$

۴۸. گزینه ۱ ابتدا معادله سرعت - زمان متحرک را می‌نویسیم. داریم:

$$\frac{v}{-8} + \frac{t}{4} = 1 \Rightarrow v = 2t - 8$$

سه ثانیه دوم حرکت، بازه زمانی بین $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 6s$ است. سرعت متحرک در این لحظه‌ها برابر است با:

$$t_1 = 3s \Rightarrow v_1 = -2 \frac{m}{s}$$

$$t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = 4 \frac{m}{s}$$

حال طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 2 \times (4^2 - (-2)^2) \Rightarrow W_t = 12 J$$

۴۹. گزینه ۲ ابتدا تندی آب در لوله سمت چپ و لوله سمت راست را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} D_1 &= 20 cm \\ D_2 &= 10 cm, v_2 = 4 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{A_2}{A_1} \Rightarrow \frac{v_1}{4} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_1}{4} = \left(\frac{10}{20}\right)^2 \Rightarrow v_1 = 1 \frac{m}{s}$$

$$\left. \begin{aligned} D_3 &= 30 cm \\ D_4 &= 10 cm, v_4 = 4 \frac{m}{s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{v_3}{v_4} = \frac{A_4}{A_3} \Rightarrow \frac{v_3}{4} = \left(\frac{D_4}{D_3}\right)^2 \Rightarrow \frac{v_3}{4} = \left(\frac{10}{30}\right)^2 \Rightarrow v_3 = \frac{4}{9} \frac{m}{s}$$

طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار خالص روی $4m^3$ آب برابر است با:

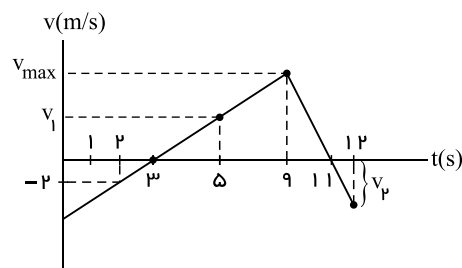
$$W_t = K_3 - K_1 \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times m(v_3^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 4000 \left(\left(\frac{4}{9}\right)^2 - 1^2 \right) \Rightarrow W_t = 2000 \times \left(-\frac{65}{81}\right) \simeq -1607.5 J$$

$$m = \rho V = 1000 \times 4 = 4000 kg$$

۵۰. گزینه ۲

طبق رابطه $W_t = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2)$ برای محاسبه کار کل باید تندی جسم را در لحظه‌های $t = 5s$ و $t = 12s$ به دست بیاوریم که

با استفاده از تشابه داریم:



$$\frac{v_1}{2} = \frac{2}{1} = \frac{v_{max}}{6} \rightarrow v_1 = 2 \left(\frac{m}{s}\right) \rightarrow v_{max} = 12 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$\frac{|v_2|}{1} = \frac{v_{max}}{2} \rightarrow |v_2| = 6 \rightarrow v_2 = -6 \left(\frac{m}{s}\right)$$

$$W_t = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 2 \times [(-6)^2 - (2)^2] \Rightarrow W_t = 36 - 4 \rightarrow W_t = 32 J$$

۵۱. گزینه ۳ می‌دانیم که طبق قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام‌شده روی جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است: بنابراین داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow \begin{cases} 300 = \frac{1}{2} m(4v^2 - v^2) \\ W_t = \frac{1}{2} m(9v^2 - 4v^2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 300 = \frac{1}{2} m(3v^2) \\ W_t = \frac{1}{2} m(5v^2) \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم رابطه‌ها بر هم}} \frac{300}{W_t} = \frac{3}{5} \rightarrow W_t = 500 J$$

۵۲. گزینه ۳

قضیه کار و انرژی $W_T = \Delta K$

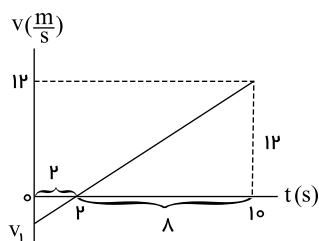
$$\text{معادله پیوستگی} \rightarrow A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$W_T = \frac{1}{2} m(v_2^2 - v_1^2) \rightarrow W_T = \frac{1}{2} m(v_B^2 - v_A^2) \rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times 0.2(v_B^2 - v_A^2) \rightarrow v_B^2 - v_A^2 = 40 \quad (I)$$

$$\text{معادله پیوستگی} \rightarrow A_A v_A = A_B v_B \Rightarrow 2 A_B v_A = A_B v_B \rightarrow v_B = 2 v_A \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I), (II)} 4 v_A^2 - v_A^2 = 40 \rightarrow v_A^2 = \frac{40}{3} \rightarrow v_A = \frac{20}{\sqrt{3}} = \frac{20\sqrt{3}}{3} \frac{m}{s}$$

۵۳. گزینه ۱ در ابتدا با توجه به تشابه مثلث‌ها، سرعت جسم در ابتدای حرکت را می‌یابیم:



$$\frac{12}{|v_1|} = \frac{8}{2} \Rightarrow |v_1| = 3 \frac{m}{s}$$

که با توجه به نمودار $v_1 = -3 \frac{m}{s}$ است. حال با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 2 (12^2 - (-3)^2) \\ \Rightarrow W_t = (12 - 3)(12 + 3) = 9 \times 15 \Rightarrow W_t = 135 J$$

۵۴. گزینه ۱ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \quad v_1 = 72 \times \frac{10}{36} = 20 \left(\frac{m}{s} \right) \\ -1,5 \times 10^5 = \frac{1}{2} \times 1000 (v_f^2 - 400) \\ \rightarrow -300 = v_f^2 - 400 \rightarrow v_f^2 = 100 \rightarrow v_f = 10 \left(\frac{m}{s} \right)$$

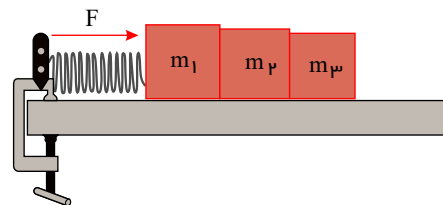
۵۵. گزینه ۲ در مدت ۴۰ ثانیه (یعنی از ۰ تا ۴s) سرعت حرکت $20 \frac{m}{s}$ زیاد می‌شود بنابراین در هر ثانیه سرعت به اندازه $5 \frac{m}{s}$ زیاد می‌شود. با توجه به تشابه مثلث‌ها هم می‌توان گفت: سرعت نهایی برابر $30 \frac{m}{s}$.

$$W_{\text{جک}} = \Delta K = \frac{1}{2} m (V_f^2 - V_i^2) = \frac{1}{2} \times 2 ((30)^2 - (-20)^2) \\ W_{\text{جک}} = 900 - 400 = 500 J$$

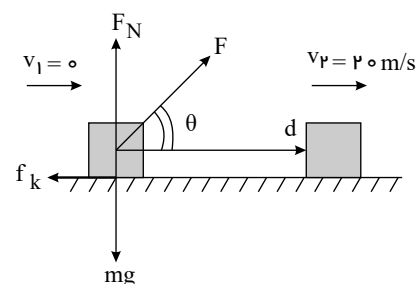
۵۶. گزینه ۴ قضیه کار - انرژی

می‌دانیم v_0 همه یکسان و v نیز در هر مدت معین یکسان خواهد بود پس $v^2 - v_0^2$ برای همه اجسام یکسان است.

$$W_{\Sigma \vec{F}} = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) \\ \frac{W_{\Sigma \vec{F}})_{m_1}}{W_{\Sigma \vec{F}})_{m_2}} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} m_1 (v^2 - v_0^2)}{\cancel{\frac{1}{2}} m_2 (v^2 - v_0^2)} \Rightarrow \frac{W_{\Sigma \vec{F}})_{m_1}}{200} = \frac{3}{2} \Rightarrow W_{\Sigma \vec{F}})_{m_2} = 300 J$$



۵۷. گزینه ۳ طبق قضیه کار - انرژی جنبشی:

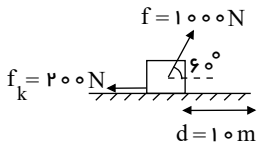


$$W_{net} = \Delta K \rightarrow \begin{cases} W_F + W_{fk} + W_{FN} + W_{mg} = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times (20^2 - 0) = 100 J \\ W_{FN} = F_N d \cos 90^\circ = 0 \\ W_{mg} = mg d \cos 90^\circ = 0 \\ W_{fk} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d \end{cases} \\ \rightarrow W_F - f_k d + 0 + 0 = 100 \rightarrow W_F = f_k d + 100 > 100 J$$

۵۸. گزینه ۳

برای محاسبه تندی پایانی، با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K$$



برای محاسبه کار کل (W_t) کار تک تک نیروها را می‌یابیم و سپس کار برابند را محاسبه می‌کنیم:

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_F = 1000 \times 10 \times \cos 60^\circ = 5000 J$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos \theta' \Rightarrow W_{f_k} = 200 \times 10 \times \cos 180^\circ = -2000 J$$

$$W_t = W_F + W_{f_k} = 5000 - 2000 = 3000 J$$

حال با جای گذاری کار کل در رابطه قضیه کار - انرژی جنبشی، داریم:

$$W_t = \Delta K = K_f - K_i \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow[m=600 kg, v_i=4 \frac{m}{s}]{W_t=3000 J} 3000 = \frac{1}{2} \times 600 \times (v_f^2 - 4^2) \Rightarrow 3000 = 300 \times (v_f^2 - 16) \Rightarrow (v_f^2 - 16) = 10$$

$$v_f^2 = 26 \Rightarrow v_f = \sqrt{26} \frac{m}{s}$$

۵۹. گزینه ۳

$$\cos 53^\circ = \sin 37^\circ = 0.6$$

$$W_{\text{کل}} = \Delta K = \frac{1}{2} \times 4 \times (16 - 0) = 32$$

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos(\pi - 53^\circ) = F \cdot d \cdot (-\cos 53^\circ) = 10 \times 2 \times (-0.6) = -12$$

$$W_1 = F_1 d \cos 37^\circ = 40 \times 2 \times 0.8 = 64 \rightarrow W_{\text{کل}} = W_1 + W_F + W_f + \cancel{W_{mg}} + \cancel{W_N}$$

$$32 = 64 - 12 + W_f \rightarrow W_f = -20 J$$

$$-20 = f_k d \cos \theta \rightarrow -20 = f_k \times 2 \times (-1) \rightarrow f_k = 10 N$$

۶۰. گزینه ۳

حداکثر تندی توپ در لحظه جدا شدن از ورزشکار است. یعنی:

$$\Delta K = W_{\text{کل}} = W_{mg} + \cancel{W_{f_{\text{مقاومت}}}} + W_{f_{\text{ورزشکار}}} \rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times v^2 = 80 \times 2 \times \cos 0 \rightarrow v^2 = 1600 \rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

۶۱. گزینه ۳ بر این جسم ۴ نیرو وارد می‌شود. نیروی وزن و نیروی عمودی تکیه‌گاهی سطح افقی که با هم متوازن می‌شوند. نیروی F و نیروی اصطکاک جنبشی f_k . از رابطه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K$$

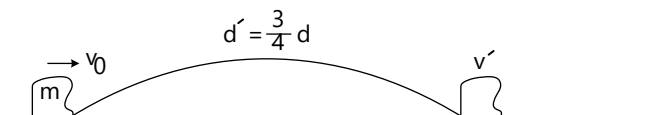
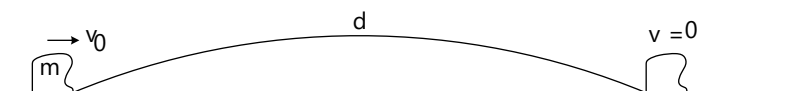
$$W_F + W_f = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$5.6 \times 4.0 + W_f = \frac{1}{2} \times 0.8 \times (3^2 - 0)$$

$$W_f = -1.8 J$$

$$-f_k d = -1.8 \rightarrow f_k = -\frac{1.8}{-4.0} \rightarrow f_k = 4.5 N$$

۶۲. گزینه ۳



پس از پرتاب، تنها نیرویی که در امتداد سطح بر جسم اثر می‌کند، نیروی اصطکاک است، بنابراین با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t=W_f} W_f = K_f - K_i$$

فیزیک دهم فصل سه

$$W_f = 0 - \frac{1}{2}mv_o^2 \rightarrow W_f = -\frac{1}{2}mv_o^2 (1) \text{ در کل مسیر به}$$

در $\frac{3}{4}$ اولیه مسیر:

$$W'_f = \frac{1}{2}m(v'^2 - v_o^2)$$

با توجه به دو رابطه (۱) و (۲):

$$\frac{(2)}{(1)} = \frac{W'_f}{W_f} = -\frac{v'^2 - v_o^2}{v_o^2} \xrightarrow[\text{نیروی اصطکاک ثابت}]{w_f = -f_k \cdot d} \frac{d'}{d} = \frac{v_o^2 - v'^2}{v_o^2} \xrightarrow{d' = \frac{3}{4}d} \frac{3}{4} = 1 - \frac{v'^2}{v_o^2} \rightarrow \frac{v'}{v_o} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{v' - v_o}{v_o} = -\frac{1}{2} \rightarrow \frac{\Delta v}{v_o} \times 100 = -50\%$$

۶۳. گزینه ۳

$$K_1 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (20)^2 = 80 J$$

با توجه به اینکه گلوله هنگام عبور از درخت ۷۵ درصد انرژی اولیه خود در لحظه برخورد را تلف می کند، پس:

$$-\frac{75}{100}K_1 = K_v - K_1 \rightarrow \frac{25}{100}K_1 = K_v \rightarrow \frac{25}{100} \times 80 = K_v \rightarrow K_v = 20 J$$

$$K_v = \frac{1}{2}mv_v^2 \rightarrow 20 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times v_v^2 \rightarrow v_v^2 = 100 \rightarrow v_v = 10 \frac{m}{s}$$

۶۴. گزینه ۳ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_T = \Delta K \rightarrow \cancel{W_{mg}^0} + W_{f_k} + \cancel{W_{FN}^0} = K_v - K_1 \rightarrow W_{f_k} = \frac{1}{2}m_1(v_v^2 - v_1^2) \rightarrow f_1 d_1 \cos(180) = \frac{1}{2}m_1(0 - v_1^2) \rightarrow -f d_1 = -\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\rightarrow d_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2 f_1} \xrightarrow{v_1 = 2v} d_1 = \frac{m_1 \times (2v)^2}{2 f_1} \rightarrow d = \frac{2 m_1 v^2}{f_1} \quad (I)$$

برای جسم B:

$$\cancel{W_{mg}^0} + W_{f_k} + \cancel{W_{FN}^0} = k_v - k_1 \rightarrow W_{f_k} = \frac{1}{2}m_v(v_v^2 - v_1^2) \rightarrow f_v d_v \cos(180) = \frac{1}{2}m_v(0 - v_1^2) \rightarrow -f_v d_v = -\frac{1}{2}m_v v_1^2 \rightarrow d_v = \frac{m_v v_1^2}{2 f_v} \xrightarrow{v_1 = v} d_v = \frac{m_v \times v^2}{2 f_v} \quad (II)$$

از تقسیم رابطه (I) بر (II) داریم:

$$\frac{d_1}{d_v} = \frac{\frac{2 m_1 v^2}{f_1}}{\frac{m_v \times v^2}{2 f_v}} \xrightarrow{f_v = 2 f_1, m_1 = m, m_v = 2m} \frac{d_1}{d_v} = \frac{\frac{2 m v^2}{f_1}}{\frac{2 m \times v^2}{2 \times 2 f_1}} = 4$$

۶۵. گزینه ۱ در اینجا، چون جسم روی سطح افقی بدون اصطکاک و در اثر نیروی ثابت F حرکت می کند، تنها نیرویی که روی جسم کار انجام می دهد، نیروی F است، بنابراین داریم: (قضیه کار و انرژی جنبشی)

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_F} W_F = K_B - K_A \rightarrow F \cdot d \cdot \cos \theta = K_B - K_A$$

$$\xrightarrow{K = \frac{1}{2}mv^2, m = 2kg} F \times 28 \times \cos \theta = \frac{1}{2} \times 2(100 - 16) = 84 \rightarrow F \cdot \cos \theta = 3 \rightarrow \cos \theta = \frac{3}{F}$$

از آنجا که $\cos \theta$ نمی تواند بزرگ تر از ۱ باشد، تنها گزینه ای که در اینجا نمی تواند معادل بزرگی نیروی F باشد، گزینه ۱ است زیرا:

$$\cos \theta = \frac{3}{F} \xrightarrow{F = 2N} \cos \theta = \frac{3}{2} \text{ غلط}$$

۶۶. گزینه ۴ با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = -W_f} -W_{f_k} = \Delta K$$

$$-f_k d = \frac{1}{2}m(v_v^2 - v_1^2) \Rightarrow -f_k \times 50 = \frac{1}{2} \times 4 \times (0^2 - 20^2)$$

$$-50 f_k = -800 \Rightarrow f_k = \frac{-800}{-50} \rightarrow f_k = 16 N$$

۶۷. گزینه ۳ فرض کنیم که سطح بدون اصطکاک باشد. در این صورت تبدی جسم را محاسبه می کنیم:

$$W_T = \Delta K = K_f - K_i \rightarrow F \cdot d \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$\Rightarrow 20 \times 10 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times 2 \times v_f^2$$

$$\Rightarrow 100 = v_f^2 \rightarrow v_f = 10 \left(\frac{m}{s} \right)$$

حال با توجه به اینکه سطح دارای اصطکاک است، بخشی از کار نیروی F صرف غلبه بر کار نیروی اصطکاک شده پس تبدی جسم کمتر از $10 \frac{m}{s}$ می شود.

۶۸. گزینه ۳ با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_{fk} + W_F = \frac{1}{2} m (v^2 - v_0^2) \rightarrow -100 + W_F = \frac{1}{2} \times 10 (10^2 - 0^2)$$

$$\rightarrow W_F = 600 J \rightarrow F \cdot d \cdot \cos \theta = 600 \rightarrow F \times 20 \times 1 = 600 \rightarrow F = 30 N$$

۶۹. گزینه ۴ در اینجا فقط نیروی اصطکاک بر روی خودرو کار انجام می دهد، پس کافی است، جابه جایی خودرو را از لحظه ترمز تا توقف بیابیم.

$$W_t = \cancel{K_f} - K_i$$

$$W_f = -K_i \Rightarrow f d \cos 180^\circ = -\frac{1}{2} \times 1500 \times 10^2 \Rightarrow 750 \times d \times (-1) = -\frac{1}{2} \times 1500 \times 100 \Rightarrow d = 100 m$$

بنابراین اتومبیل در فاصله ۲۰ متری از مانع متوقف می شود.

۷۰. گزینه ۱

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{\Delta K_1}{\Delta K_2} \Rightarrow \frac{F_1 \cdot L_1 \cdot \cos 180^\circ}{F_2 \cdot L_2 \cdot \cos 180^\circ} = \frac{\frac{1}{2} m v^2 - \frac{1}{2} m v_0^2}{\frac{1}{2} m v'^2 - \frac{1}{2} m v_0'^2}$$

$$\begin{cases} F_2 = \frac{150}{100} F_1 = 1.5 F_1 \\ v_0 = 10 \frac{m}{s}, v = 6 \frac{m}{s} \\ v_0' = 6 \frac{m}{s}, v' = 2 \frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \frac{F_1 L_1}{1.5 F_1 L_2} = \frac{\frac{1}{2} m \times 6^2 - \frac{1}{2} m \times 10^2}{\frac{1}{2} m \times 2^2 - \frac{1}{2} m \times 6^2}$$

$$\frac{2 L_1}{3 L_2} = \frac{64}{32} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = 3$$

۷۱. با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی داریم گزینه ۳.

(در اینجا دو نیروی وزن و مقاومت هوا بر روی توپ کار انجام می دهند)

$$W_t = W_{\text{وزن}} + W_f = K_f - K_i$$

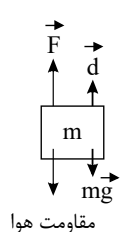
$$-mgh + W_f = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) \rightarrow -\frac{1}{2} \times 10 \times 2/6 - 23 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} (v_f^2 - 20^2)$$

$$\rightarrow W_t = -13 - 23 = -36 J = \frac{1}{2} (0.5) (v_f^2 - 20^2) \Rightarrow v_f^2 = 256 \Rightarrow v_f = 16 \frac{m}{s}$$

۷۲. گزینه ۲ طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_F + W_{mg} + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_f - K_i$$

و همچنین چون ارتفاع جسم افزایش می یابد، کار نیروی وزن منفی می شود:

$$\begin{aligned} Fd \cos 0^\circ + (-mgh) + W_{\text{مقاومت هوا}} &= K_f - \cancel{K_i} \\ \Rightarrow 60 \times 2 - 4 \times 10 \times 2 + W_{\text{مقاومت هوا}} &= \frac{1}{2} \times 4 \times 4^2 \Rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = 32 - 40 = -8 J \end{aligned}$$


۷۳. گزینه ۳ می دانیم که اگر کار کل برابر کار نیروی وزن باشد، بین سرعت اولیه در بالا (v_0) و سرعت نهایی در پایین (v_1) و جا به جایی قائم h ، رابطه زیر برقرار است:

$$mgh : v^2 - v_0^2 = v^2 - v_0^2 = 2gh \rightarrow v^2 = v_0^2 + 4gh$$

$$2mgh : v^2 - v_0^2 = 2gh \rightarrow v^2 = v_0^2 + 2gh$$

می دانیم انرژی جنبشی از رابطه $K = \frac{1}{2} m v^2$ به دست می آید پس:

$$K = \frac{1}{2} \times m \times (v_o^2 + 4gh) \quad \text{برای گلوله به جرم } m$$

$$K = \frac{1}{2} \times 2m \times (v_o^2 + 2gh) \quad \text{برای گلوله به جرم } 2m$$

$$\frac{K'}{K} = \frac{2v_o^2 + 4gh}{v_o^2 + 4gh} = \frac{v_o^2 + 4gh + v_o^2}{v_o^2 + 4gh} = 1 + \frac{v_o^2}{v_o^2 + 4gh} < 1$$

می‌دانیم $\frac{v_o^2}{v_o^2 + 4gh}$ مقداری کمتر از ۱ است پس $n = \frac{K'}{K} < 1$ خواهد بود.

۷۴. گزینه ۳ می‌دانیم، با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل برابر است با تغییر انرژی جنبشی جسم. از طرفی دیگر، در اینجا دو نیروی وزن و عمودی سطح بر روی جسم کار انجام می‌دهند. بنابراین داریم:

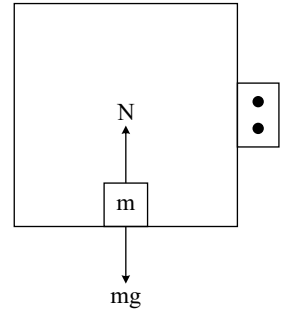
$$W_T = \Delta K \rightarrow W_N + W_{mg} = \Delta K \quad (*)$$

$$W_{mg} = -mgh = -60 \times 10 \times 9 = -5400 J$$

$$\Delta K = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 60 \times (8^2 - 2^2) \rightarrow \Delta K = 1800$$

$$\xrightarrow{(*)} W_N - 5400 = 1800 \rightarrow W_N = 7200 J$$

$$W_N = N \times d \times \cos \theta \rightarrow 7200 = N \times 9 \times \cos 0^\circ \rightarrow N = 800 N$$



۷۵. گزینه ۲

$$K_2 - K_1 = W_{\text{کل}}$$

$$\frac{1}{2} \times \frac{400}{1000} \times (5)^2 - \frac{1}{2} \left(\frac{400}{1000} \right) (10)^2 = W_{\text{کل}}$$

$$\frac{2}{10} (25 - 100) = W_{\text{کل}} \rightarrow -\frac{2}{10} \times 75 = W_{\text{کل}} = -15 J$$

$$W_{\text{کل}} = W_{mg} + W_{f_{\text{هوا}}}$$

$$-15 = (-mgh) + W_{f_{\text{هوا}}}$$

$$-15 = -\frac{4}{10} \times 10 \times 1.5 + W_{f_{\text{هوا}}} \Rightarrow \frac{W_{f_{\text{هوا}}}}{W_{mg}} = \frac{-9}{-6} = \frac{3}{2}$$

$$-15 = -6 + W_{f_{\text{هوا}}} \rightarrow W_{f_{\text{هوا}}} = -9 J$$

۷۶. گزینه ۳

قضیه کار و انرژی جنبشی را، یک بار در رفت و بار دیگر در برگشت می‌نویسیم:

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_g + W_f = K_{\text{عجل}} - K_1 \xrightarrow{K_{\text{عجل}}=0} -mgh + W_f = -K_1 \quad \text{در رفت:}$$

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_g + W_f = K_2 - K_{\text{عجل}} \xrightarrow{K_{\text{عجل}}=0} mgh + W_f = K_2 \quad \text{در برگشت:}$$

با کم کردن رابطه اول از دومی داریم:

$$2mgh = K_2 + K_1 = \frac{1}{2}m(v_2^2 + v_1^2) \rightarrow 40h = (36 + 64) \rightarrow h = 2/5 m$$

در نهایت با استفاده از یکی از رابطه‌ها:

$$-mgh + W_f = -k_1 \rightarrow -2 \times 10 \times 2/5 - f_k \times 2/5 = -\frac{1}{2} \times 2 \times 64 \rightarrow f_k = 5/6 N$$

۷۷. گزینه ۳

$$E_1 = \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 + 2 \times 10 \times 60 = 1600$$

$$\frac{40}{100} \times 1600 = 640$$

$$\Delta K = W_{\text{کل}} = W_{mg} + W_{f_{\text{air}}}$$

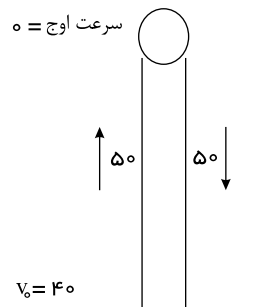
$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}m(v_0)^2 = mg(h_0 - h) + W_{air}$$

$$V^2 - 400 = 2 \times 10 \times 40 - 640$$

$$V^2 = 560 \rightarrow V = \sqrt{560} = 23.66 \frac{m}{s}$$

$$\frac{1}{2} \times \sqrt{560} \times \frac{36}{5} = \frac{72 \times \sqrt{560}}{5}$$

۷۸. گزینه ۲



$$\Delta K = W_{\text{کل}} = W_{mg} + W_{air}$$

$$\frac{1}{2} \times 2(0 - 40^2) = -2 \times 10 \times 50 + W_{air}$$

$$-1600 = -1000 + W_{air} \rightarrow W_{air} = -600$$

$$\Delta K = W_{\text{کل}} = W_{mg} + W_{air}$$

$$\frac{1}{2} \times 2(v^2 - 0) = 2 \times 10 \times 50 + (-600)$$

$$v = 20$$

$$\text{تغییر تندی: } 40 - 20 = 20$$

۷۹. گزینه ۲ طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_{\text{موتور}} + W_{mg} = K_f - K_i \Rightarrow W_{\text{موتور}} - mgh = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \Rightarrow W_{\text{موتور}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2 = 1500 \times 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 1500 \times (10)^2$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = 375000 J = 375 kJ$$

۸۰. گزینه ۴ با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_{mg} + W_{fd} = K_f - 0 \Rightarrow mgh - f_d h = \frac{1}{2}mv_f^2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}mv^2 = 2 \times 10h - 15h \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 5h \\ \frac{1}{2}mv'^2 = 2 \times 10h - 5h \Rightarrow \frac{1}{2}mv'^2 = 15h \end{cases} \Rightarrow \left(\frac{v'}{v}\right)^2 = 3 \Rightarrow \frac{v'}{v} = \sqrt{3}$$

۸۱. گزینه ۲ جسم فقط تحت تأثیر دو نیروی وزن و F بوده است. طبق قضیه کار و انرژی داریم:

$$AB \text{ مسیر: } Fd - mgd = K_B - K_A \quad (*)$$

$$BC \text{ مسیر: } (2F)(2d) - mg(2d) = K_C - K_B \xrightarrow{K_C = 2K_B} 4Fd - 2mgd = 2K_B \quad (**)$$

$$\xrightarrow{*} 4Fd - 2mgd = 4Fd - 2mgd \Rightarrow F = 2mg$$

**

$$F - mg = 2mg \Rightarrow F = 3mg$$

$$\Rightarrow \begin{cases} F = 3mg \\ F - mg = 2mg \end{cases} \Rightarrow mg = 40 \Rightarrow F = 120 N$$

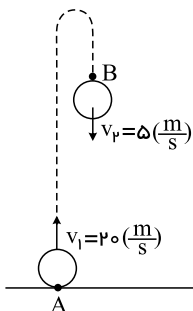
۸۲. گزینه ۲ به این بسته در حین حرکت ۲ نیروی وزن و مقاومت هوا وارد می‌شود. در نتیجه با توجه به قضیه کار و انرژی داریم:

$$W_t = K_f - K_i$$

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_f - K_i \Rightarrow mgh + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \rightarrow 4 \times 10 \times 40 + W_{\text{مقاومت هوا}} = \frac{1}{2} \times 4 \times 625 - \frac{1}{2} \times 4 \times 25$$

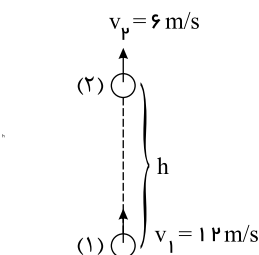
$$\rightarrow W_{\text{مقاومت هوا}} = 1200 - 1600 = -400 J = -0.4 kJ$$

۸۳. گزینه ۲ با توجه به اینکه جسم در شرایط خلأ پرتاب شده، تنها نیرویی که در این جابه‌جایی بر روی جسم کار انجام می‌دهد، نیروی وزن جسم است؛ بنابراین با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_{mg}} W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow{m=2kg, v_1=20 \frac{m}{s}, v_2=5 \frac{m}{s}} W_{mg} = \left(\frac{1}{2}\right)(2)(25 - 400) \rightarrow W_{mg} = -375 J$$

۸۴. گزینه ۱ با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، می‌توانیم مقدار h را تعیین کنیم.
در اینجا کار کل معادل کار نیروی وزن و کار نیروی مقاومت هوا است؛ بنابراین داریم:



$$W_t = \Delta K \rightarrow W_f + W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[W_{mg} = -mgh]{W_f = -8J} -8 - 2 \times 10 \times h = \left(\frac{1}{2}\right)(2)(6^2 - 12^2) \rightarrow h = 5m$$

۸۵. گزینه ۳ کار نیروی وزن، تابعی از جابه‌جایی در راستای قائم است. یعنی:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \rightarrow 0.5 = \frac{h}{12} \rightarrow h = 6(m)$$

$$W_{mg} = mgh = 2 \times 10 \times 6 = 120J$$

$$W_{\text{ک}} = \Delta K = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = \frac{1}{2} \times 2(10^2 - 0) = 100J$$

$$W_{mg} + W_{fk} = W_{\text{ک}} \Rightarrow 120 + W_{fk} = 100 \Rightarrow W_{fk} = -20J$$

۸۶. گزینه ۲ اگر کار نیروی مقاوم را با W_f نمایش دهیم، با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{mg} + W_f = K_2 - K_1$$

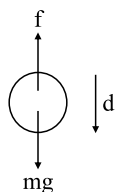
$$\Rightarrow -mg\Delta h + W_f = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow W_f = mg\Delta h - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow W_f = 2 \times 10 \times (4) - \frac{1}{2} \times 2 \times (10)^2$$

$$\Rightarrow W_f = 80 - 100 \Rightarrow \boxed{W_f = -20J}$$

۸۷. گزینه ۴ در گام اول نیروهای وارد بر جسم را رسم و کار هریک را محاسبه می‌کنیم.



$$W_{mg} = +mgd = 20 \times 10^{-3} \times 10 \times (8 - 3) = 1J$$

$$W_f = -0.5J$$

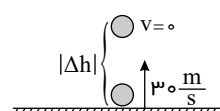
پس کار کل نیروها برابر ۰.۵J خواهد شد.

در گام بعد، قضیه کار و انرژی جنبشی را برای محاسبه تندی نهایی جسم، می‌نویسیم.

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow +0.5 = \frac{1}{2} \times 20 \times 10^{-3} v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 50$$

$$\Rightarrow v_2 = \sqrt{50} = 5\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

۸۸. گزینه ۴



$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_f + W_{mg} = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$$

$$\Rightarrow f \times |\Delta h| \times \cos 180^\circ - mg|\Delta h| = -\frac{1}{2} \times 2 \times (30)^2$$

$$\Rightarrow -10|\Delta h| - 20|\Delta h| = -900 \Rightarrow |\Delta h| = 30m$$

۸۹. گزینه ۱

با توجه به صرف‌نظر کردن از کار کلیه نیروهای اتلافی، کار کل انجام شده در مسیر برابر با کار نیروی وزن است. بنابراین با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_{mg} = \Delta K_1 \rightarrow W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \rightarrow W_{mg} = \frac{1}{2} \times 1 \times ((4\sqrt{2})^2 - 2^2) \rightarrow W_{mg} = 14J$$

از A تا C:

$$W'_{mg} = \Delta K_r \rightarrow W'_{mg} = \frac{1}{2} m (v_C^2 - v_A^2) \rightarrow W'_{mg} = \frac{1}{2} \times 1 \times ((2\sqrt{3})^2 - 2^2) \rightarrow W'_{mg} = 4J \rightarrow \frac{W'_{mg}}{W_{mg}} = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$$

۹۰. گزینه ۳ در حرکت گلوله از نقطه A تا B داریم:

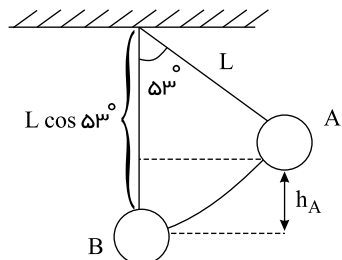
$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{F_N} + W_{mg} + W_{f_k} = \Delta K \xrightarrow{W_{F_N} = 0, v_A = 0, v_B = 0} W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2} m (v_B^2 - v_A^2)$$

$$\Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = 0 \Rightarrow W_{mg} = -W_{f_k}$$

$$\frac{W_{f_k}}{W_{mg}} = -1$$

۹۱. گزینه ۳

نیروی کشش نخ در هر لحظه بر جابه‌جایی عمود است، پس در اینجا تنها نیرویی که در مسیر AB کار انجام می‌دهد، نیروی وزن گلوله است.



$$\theta = 90^\circ \rightarrow \cos \theta = 0 \rightarrow W_T = 0$$

$$\Delta K = W_{\text{ج}} = K_B - K_A = W_{mg} + \cancel{W_T}$$

$$\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = m g (\Delta h)$$

$$\Delta h = L - (L \cos 53^\circ) = 2 - (2 \times \frac{6}{10}) = \frac{8}{10} m$$

$$\frac{1}{2} v_B^2 - \frac{1}{2} v_A^2 = g \Delta h$$

$$\frac{1}{2} v_B^2 - \frac{1}{2} (2)^2 = \cancel{0} \times \frac{8}{10}$$

$$\frac{1}{2} v_B^2 - 2 = 0 \rightarrow v_B^2 = 4 \rightarrow v_B = 2 \sqrt{\frac{m}{s}}$$

۹۲. گزینه ۲ انگار یک جعبه به جرم ۸kg داریم که با سرعت V حرکت می‌کند.

$$\text{ج} W = \Delta K$$

$$(W_{mg})_A + W_f = K_2 - \cancel{K_1}$$

$$50 \times 0.4 + (-4) = \frac{1}{2} \times 8 \times v^2$$

$$16 = 4v^2 \rightarrow v = 2 \frac{m}{s}$$

۹۳. گزینه ۴

اگر ارتفاع گلوله از سقف را با h نشان دهیم، داریم:

$$h_A = 2 \cos 53^\circ = 2 \times 0.6 = 1.2 \rightarrow \Delta h = 1.6 - 1.2 = 0.4$$

$$h_B = 2 \cos 37^\circ = 2 \times 0.8 = 1.6$$

مقدار انرژی تلف‌شده در این مسیر، هم‌اندازه با کار نیروی مقاوم است، بنابراین داریم:

$$\Delta K = K_2 - K_1 = W_{mg} + W_f$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times (4)^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times (3)^2 = 2 \times 10 \times 0.4 + W_f$$

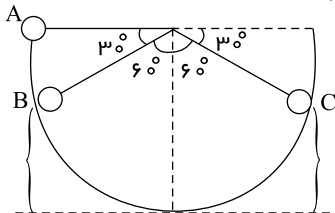
$$16 - 9 = 8 + W_f \Rightarrow W_f = -1J$$

$$7 = 8 + W_f$$

۹۴. گزینه ۴ طبق رابطه کار و انرژی جنبشی ($W_T = \Delta K$)

در مسیر A تا B داریم:

$$\Delta h = R \sin 30^\circ = \frac{1}{2}R = 1m \rightarrow \begin{cases} h_{AB} = 1m \\ h_{AC} = 1m \end{cases}$$



$$W_{mg} + W_{fN} + W_{fK} = \Delta K \Rightarrow mg\Delta h - f_k d = K_B - K_A \quad (I)$$

$$d_{AB} = 2\pi R \times \frac{30^\circ}{360^\circ} = 2 \times 3.14 \times 2 \times \frac{1}{12} = 1.05m \xrightarrow{(I)} 2 \times 10 \times 2 \times \frac{1}{2} - 2 \times 1.05 = K_B \Rightarrow K_B = 17.9$$

برای مسیر A تا C داریم:

$$W_{mg} + W_{fN} + W_{fK} = \Delta K \Rightarrow mg\Delta h - f_k d = K_C - K_A \quad (II)$$

$$d_{AC} = 2\pi R \times \frac{150^\circ}{360^\circ} = 2 \times 3.14 \times 2 \times \frac{150}{360} = 5.2m \xrightarrow{(II)} 2 \times 10 \times 2 \times \frac{1}{2} - 2 \times 5.2 = K_C \Rightarrow K_C = 9.6$$

پس در نهایت داریم:

$$\frac{K_B}{K_C} = \frac{17.9}{9.6} = 1.9$$

۹۵. گزینه ۴ در ابتدا کار نیروی وزن جسم در جابه‌جایی از A تا B را می‌یابیم. می‌دانیم که کار نیروی وزن به مسیر حرکت بستگی ندارد و فقط تابعی از فاصله قائم A تا B است، یعنی:

$$W_g = mgh_{AB} \xrightarrow{h_{AB}=2m} W_g = 2mg$$

از طرفی با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی در جابه‌جایی از A تا B داریم:

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_f + W_g = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \xrightarrow[v_A=4m/s]{v_B=0} W_f + mgh_{AB} = \frac{1}{2}m(0 - 16) \xrightarrow{h_{AB}=2m} W_f + 2mg = -8m = -0.8mg \rightarrow W_f = -2.8mg$$

در نهایت داریم:

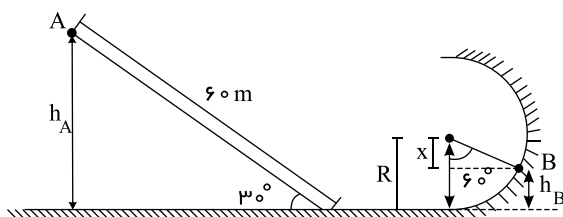
$$\frac{W_f}{W_g} = \frac{-2.8mg}{2mg} \rightarrow \frac{W_f}{W_g} = -1.4$$

۹۶. گزینه ۲ قبل از هر چیز، فاصله قائم نقاط A و B تا سطح زمین را می‌یابیم.

$$\sin 30^\circ = \frac{h_A}{60} \Rightarrow h_A = 30m$$

$$\cos 60^\circ = \frac{x}{R} \Rightarrow x = R \cos 60^\circ$$

$$h_B = R - x = R - R \cos 60^\circ = 10 - 10 \times \frac{1}{2} = 5m$$



حال کار نیروی وزن را از نقطه A تا B به دست می‌آوریم. می‌دانیم که:

$$W_{mgAB} = -\Delta U = -mg\Delta h = -mg(h_B - h_A) = -2 \times 10 \times (5 - 30) = 500J$$

و در نهایت طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_T = \Delta K \rightarrow W_{mg} + W_f = K_B - K_A \rightarrow W_{mg} - |W_f| = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow 500 - 300 = \frac{1}{2} \times 2 \times (v_B^2 - 5^2)$$

$$\Rightarrow 200 = v_B^2 - 25 \Rightarrow v_B^2 = 225 \Rightarrow v_B = 15 \frac{m}{s}$$

۹۷. گزینه ۴ نیرو بر این جسم اثر می‌کند. نیروی عمودی تکیه‌گاه که کارش در تمام مسیر صفر است. نیروی وزن که کارش برابر است با قرینه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم و نیروی اصطکاک. با استفاده از قضیه کار کل و انرژی جنبشی داریم:

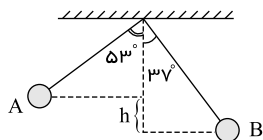
$$W_t = \Delta K$$

$$W_{F_N} + W_{mg} + W_{f_k} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \rightarrow 0 - \Delta U + (-f_k d) = \frac{1}{2}m(v_f^2 - 0) \rightarrow -mg\Delta h - f_k d = \frac{1}{2}mv_f^2 = -2 \times 10 \times (-3) - 4 \times 6 = \frac{1}{2} \times 2v_f^2$$

$$\rightarrow v = 6 \frac{m}{s}$$

۹۸. گزینه ۱

در ابتدا جابه‌جایی در راستای قائم، از نقطه A تا B را محاسبه می‌کنیم.



$$h_1 = \ell \cos 53^\circ = 1 \times 0.6 = 0.6m$$

$$h_2 = \ell \cos 37^\circ = 1 \times 0.8 = 0.8m$$

$$h = h_2 - h_1 = 0.8 - 0.6 \Rightarrow h = 0.2m$$

در این جابه‌جایی فقط دو نیروی وزن و مقاوم کار انجام می‌دهند، بنابراین با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_{mg} + W_f} W_{mg} + W_f = K_B - K_A \Rightarrow mgh + W_f = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2)$$

$$\xrightarrow[v_A = 1 \frac{m}{s}, h = 0.2m]{v_B = 2 \frac{m}{s}, m = 1kg} 1 \times 10 \times 0.2 + W_f = \frac{1}{2} \times 1(2^2 - 1^2) \Rightarrow 2 + W_f = \frac{3}{2} \Rightarrow W_f = -0.5J$$

۹۹. گزینه ۴ در حرکت جسم بر روی سطح شیب‌دار، دو نیروی وزن و اصطکاک بر روی جسم کار انجام می‌دهند. بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = K_f - K_i \xrightarrow{K_i = 0} -mgh - f_k d = 0 - \frac{1}{2}mv_f^2$$

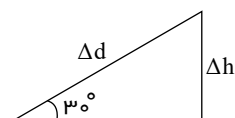
$$\xrightarrow{h = d \sin 30^\circ} -2 \times 10 \times (\frac{1}{2} \times d) - 40d = -\frac{1}{2} \times 2 \times 400 \Rightarrow -50d = -400 \Rightarrow d = 8m$$

۱۰۰. گزینه ۲ با توجه به برابری کار نیروی اصطکاک در مسیرهای رفت و برگشت در حالت اول، اگر کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت را W_f در نظر بگیریم، با استفاده از قضیه کار - انرژی جنبشی، می‌توان نوشت:

$$W_t = K_f - K_i \Rightarrow W_N + W_{mg} + 2W_f = K_f - K_i \xrightarrow[W_{mg} = 0]{W_N = 0} 2W_f = \frac{1}{2} \times 2 \times (10^2 - 12^2) \Rightarrow W_f = -22J$$

پس ۲۲J از انرژی جنبشی اولیه که باید به انرژی پتانسیل گرانشی تبدیل می‌شد، به دلیل اصطکاک در مسیر رفت تلف شده است.

بنابراین کافی است محاسبه کنیم که ۲۲J انرژی معادل با چند متر افزایش ارتفاع در انرژی پتانسیل گرانشی است و سپس این افزایش ارتفاع را به جابه‌جایی در راستای سطح شیب‌دار تبدیل کنیم. داریم:

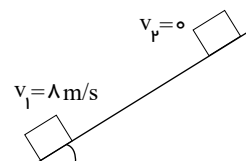


$$\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow 22 = 2 \times 10 \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = 1.1m$$

$$\sin 30^\circ = \frac{\Delta h}{\Delta d} \Rightarrow 0.5 = \frac{1.1}{\Delta d} \Rightarrow \Delta d = 2.2m$$

۱۰۱. گزینه ۲ کار کل انجام‌شده طبق قضیه کار - انرژی جنبشی از رابطه $W_t = \Delta K$ به دست می‌آید. حال کار کل انجام‌شده در مسیر رفت و برگشت را جداگانه می‌یابیم.

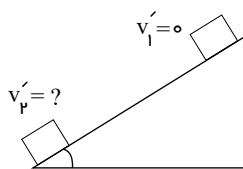
در مسیر رفت داریم:



$$W_t = \Delta K$$

$$\Rightarrow W_t = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2) \xrightarrow[v_1 = 8 \frac{m}{s}]{v_2 = 0} W_t = \frac{1}{2}m(0^2 - 8^2) = -32m \quad (1)$$

در مسیر برگشت داریم:

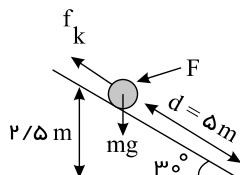


$$W'_t = \Delta K' \Rightarrow W'_t = \frac{1}{2} m (v'^2_p - v'^2_1)$$

$$\xrightarrow{v'_1=0} W'_t = \frac{1}{2} m (v'^2_p - 0) = \frac{1}{2} m v'^2_p \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} \left| \frac{W_t}{W'_t} \right| = 2 \Rightarrow \frac{32m}{\frac{1}{2} m v'^2_p} = 2 \Rightarrow v'^2_p = 32 \Rightarrow v'_p = 4\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

۱۰۲. گزینه ۴ اگر جسم ۵ متر روی سطح جابه‌جا شود ارتفاع آن ۲٫۵ متر تغییر می‌کند.



با استفاده از قضیه کار و انرژی داریم:

$$W_t = K_p - K_1 = 0$$

$$W_{f_k} + W_{mg} + W_F = 0$$

$$-f_k d + mgh + W_F = 0$$

$$-2 \times 5 + 2 \times 10 \times 2/5 + W_F = 0$$

$$-10 + 50 + W_F = 0 \Rightarrow W_F = -40 J$$

۱۰۳. گزینه ۳ اگر برای هر گلوله قضیه کار – انرژی جنبشی را به کار ببریم، داریم:

$$W_t = K_p - K_1 \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = K_p \Rightarrow mgh - f_k d = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{جسم A: } mgh - f_k d_A = \frac{1}{2} m v^2_A & (1) \\ \text{جسم B: } mgh - f_k d_B = \frac{1}{2} m v^2_B & (2) \end{cases}$$

از طرفی داریم:

$$\begin{cases} h_A = h_B \\ \alpha_A < \alpha_B \Rightarrow d_A > d_B \end{cases} \quad (3)$$

با استفاده از معادله‌های (۱)، (۲) و (۳) می‌توان نوشت:

$$\frac{1}{2} m v^2_A < \frac{1}{2} m v^2_B \Rightarrow v_A < v_B$$

۱۰۴. گزینه ۴ قضیه کار و انرژی جنبشی را دو بار، یکی در مرحله رفت و دیگری در مرحله برگشت، به صورت زیر می‌نویسیم:

$$W_t = \Delta K$$

$$\left. \begin{aligned} (1) \quad W_{mg} + W_{f_k} = \Delta K \Rightarrow -mgh - f_k d &= \frac{1}{2} m (0^2 - v_1^2) \rightarrow \text{بالا رفتن} \\ (2) \quad W_{mg} + W_{f_k} = \Delta K \Rightarrow mgh - f_k d &= \frac{1}{2} m (v_p^2 - 0^2) \rightarrow \text{پایین آمدن} \end{aligned} \right\}$$

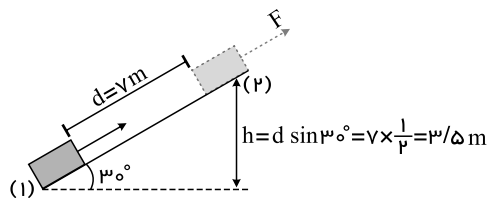
$$(2), (1) \Rightarrow 2mgh = \frac{1}{2} m (v_p^2 + v_1^2)$$

$$\rightarrow h = \frac{v_1^2 + v_p^2}{4g}$$

$$h = \frac{v_1^2 + v_p^2}{4g} = \frac{10^2 + 5^2}{4 \times 10} = \frac{125}{40} = 3/125 m$$

$$\sin 30 = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3/125}{d} \Rightarrow d = 6/25 m$$

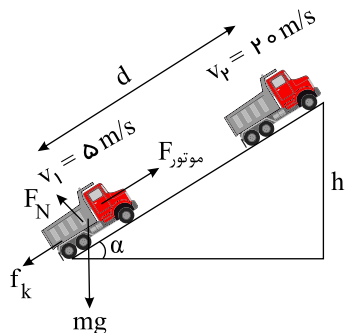
۱۰۵. گزینه ۲ با توجه به شکل، در جابه‌جایی از نقطه (۱) تا (۲)، سه نیروی اصطکاک، وزن و F روی جسم کار انجام می‌دهند؛ بنابراین با توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta K \rightarrow W_F + W_{f_k} + W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \rightarrow Fd - f_k d - mgh = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \rightarrow 10 \times 7 - f_k \times 7 - 1 \times 10 \times 3.5 = \frac{1}{2} \times 1 \times (49 - 0)$$

$$\rightarrow f_k = 1.5N$$

۱۰۶. گزینه ۴



$$\left. \begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{2}{100} \Rightarrow \text{با توجه به صورت سوال} \\ \sin \alpha &= \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{h}{d} = 0.02 \Rightarrow h = 0.02d \end{aligned} \right\}$$

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} + W_{f_{\text{موتور}}} + \cancel{W_{F_N}} = \Delta K$$

$$\Rightarrow (-mg)(h) + (-f_k)(d) + (F_{\text{موتور}})(d) + 0 = \Delta K \Rightarrow (-0.02mgd) + (-0.04mgd) + (3900d) = \Delta K$$

$$\Rightarrow 3900d - 0.06mgd = \Delta K \Rightarrow 3900d - 2400d = \Delta K$$

$$\Rightarrow 1500d = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \Rightarrow 1500d = \frac{1}{2}(4 \times 10^3)(400 - 25) \Rightarrow 1500d = 750 \times 10^3 \Rightarrow d = 500m$$

۱۰۷. گزینه ۲ در اینجا سه نیروی F ، f_k و وزن، بر روی جسم کار انجام می‌دهند، بنابراین داریم:

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{AB} \Rightarrow AB = \frac{10}{\frac{1}{2}} = 20m$$

$$h = 10m$$

$$d = AB + BC = 20 + 10 = 30m$$

$$W_t = \Delta K$$

$$W_F + W_{mg} + \cancel{W_N} + W_{f_k} = \Delta K$$

$$Fd - mgh - f_k d = \frac{1}{2}m(v_C^2 - \cancel{v_A^2})$$

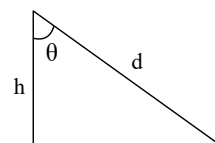
$$F \times 30 - 10 \times 10 \times 10 - 20 \times 30 = \frac{1}{2} \times 10 \times (10)^2$$

$$30F = 500 + 1600 \rightarrow F = \frac{2100}{30} = 70N$$

۱۰۸. گزینه ۲ ابتدا کار نیروی وزن را محاسبه می‌کنیم:

$$W_{mg} = mg \cdot d \cdot \cos \theta = mgh$$

$$W_{mg} = 2 \times 10 \times 3 = 60J$$



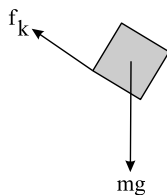
سپس قضیه کار و انرژی جنبشی را بین دو نقطه A و B می‌نویسیم تا کار نیروی اصطکاک به دست آید:

$$W_t = \Delta K \rightarrow W_{f_k} + W_{mg} = \Delta K = K_f - \cancel{K_i}$$

$$\rightarrow W_{f_k} = 49 - 60 = -11J \rightarrow \frac{W_{mg}}{W_{f_k}} = -\frac{60}{11}$$

۱۰۹. گزینه ۲ سرعت جسم در سطح شیب‌دار سمت چپ، ثابت است و این زمانی امکان‌پذیر است که مولفه نیروی وزن در راستای سطح شیب‌دار با نیروی اصطکاک برابر باشد:

$$f_k = mg \sin \alpha$$

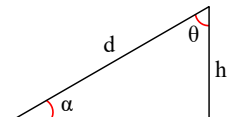


سرعت در سطح شیب‌دار سمت راست ثابت نیست.
سرعت اولیه در این سطح، سرعت نهایی در سطح سمت چپ است.

$$W_t = \Delta K$$

$$W_{f_k} + W_{mg} = K_2 - K_1$$

$$\rightarrow +f_k d \cos 180^\circ - mgh = -K_1$$



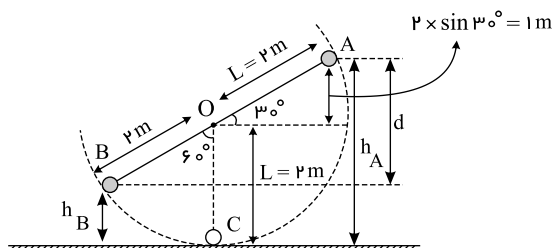
$$\frac{h}{d} = \sin \alpha$$

$$\Rightarrow h = d \sin \alpha$$

$$-mg(d \sin \alpha) - mgh = \frac{1}{2}mv_1^2 \rightarrow gh + gh = \frac{1}{2}v_1^2 \rightarrow h = \frac{v_1^2}{4g} = \frac{10^2}{40} = 2.5m$$

۱۱۰. گزینه ۴

اگر نقطه C را به عنوان زمین در نظر بگیریم در نقطه A و نقطه B فاصله از سطح زمین برابر است با:



$$h_A = L(1 + \sin \alpha) \xrightarrow[L=Rm]{\alpha=30^\circ} h_A = 2(1 + \frac{1}{2}) = 3m$$

$$\left. \begin{aligned} h_B &= L(1 - \cos \theta) \\ h_B &= 2(1 - \cos 60^\circ) \end{aligned} \right\} \rightarrow h_B = 2(1 - \frac{1}{2}) \Rightarrow h_B = 2 \times \frac{1}{2} = 1m$$

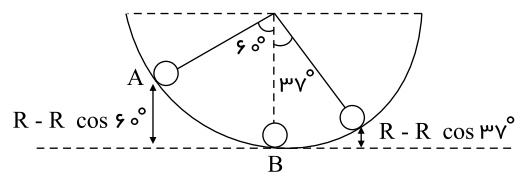
بنابراین فاصله قائم بین نقاط A و B برابر است با:

$$d = h_A - h_B = 3 - 1 = 2m$$

$$W_F = Fd \cos \theta \Rightarrow W_{mg} = mgd \cos(0) = 0.2 \times 10 \times 2 \times 1 = 4J$$

۱۱۱. گزینه ۳ کار نیروی وزن این اجسام برابر $mg\Delta h$ است و به شکل مسیر بستگی ندارد. از آنجا که Δh هر سه جسم یکسان است، کار نیروی وزن را برای هر یک از آنها می‌توانیم بر اساس جرم مقایسه کنیم:

$$m_A > m_B > m_C \Rightarrow W_A > W_B > W_C$$



۱۱۲. گزینه ۱ نقطه B را مبدا پتانسیل در نظر می‌گیریم:

$$\frac{\Delta h_{AB} = R - R \cos 60 = R(1 - \cos 60) = 0.5R}{\Delta h_{BC} = R - R \cos 30 = R(1 - \cos 30) = 0.2R} \Rightarrow \left| \frac{\cancel{m} \cancel{g} \Delta h_{AB}}{\cancel{m} \cancel{g} \Delta h_{BC}} \right| \left| \frac{W_{AB}}{W_{BC}} \right| = \left| \frac{-\Delta U_{AB}}{-\Delta U_{BC}} \right|$$

$$\left| \frac{W_{AB}}{W_{BC}} \right| = \frac{0.5R}{0.2R} = 2.5$$

۱۱۳. گزینه ۳-۱ طبق تعریف کار، زاویه بین نیرو و جابه‌جایی نیز باید مطرح شود. $W = \vec{F} \cdot \vec{d}$ یا $W = F \cdot d \cos \theta$

۲- درست است.

۳- درست است.

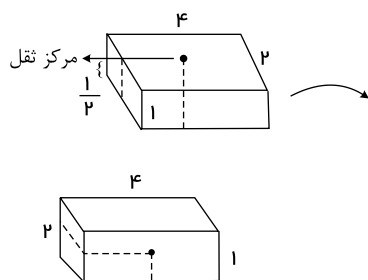
۴- بسته به اینکه به سمت بالا یا پایین برود می‌تواند مثبت یا منفی باشد. ← درست است.

۱۱۴. گزینه ۴ مرکز ثقل (محل اعمال نیرو و وزن) در مرکز مکعب قرار دارد.

کمترین فشار زمانی رخ می‌دهد که بیشترین سطح را داشته باشیم.

$$P \downarrow = \frac{F}{A \uparrow} \Rightarrow P_{min} = \frac{F}{A_{max}}$$

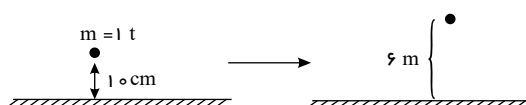
حداقل کار وقتی است که مرکز ثقل، کمترین جابه‌جایی در راستای قائم را داشته باشد، مشابه اینکه جسمی را از ارتفاع ۵/۰ به ۱ برساییم.



$$W = -W_{mg} = -(-mg(0.5)) = 2000 \times 10 \times 0.5 = 10000 J = 10 kJ$$

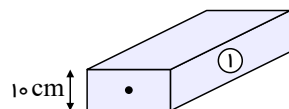
۱۱۵. گزینه ۴ برای جسم‌هایی که دارای ابعاد هستند، می‌توان تمام جرم آنها را در نقطه‌ای به نام مرکز ثقل (گرانیگاه) در نظر گرفت. مرکز جرم جسم‌هایی که شکل منظم دارند همان مرکز هندسی جسم است.

$$W_{mg} = -mg|\Delta h| = -1 \times 10^3 \times 10 \times 5.9 \\ = -5.9 \times 10^4 J = -59 kJ$$

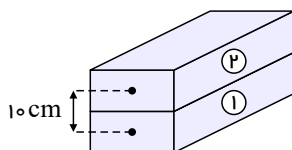


۱۱۶. نکته: در محاسبه کار نیروی وارد بر یک جسم در جابه‌جایی در راستای قائم، باید به نیروی وزن جسم غلبه کنیم. در سؤال‌هایی مثل این سؤال، اگر جابه‌جایی همه نقاط یکسان نباشد، باید جابه‌جایی گرانیگاه جسم را در نظر گرفت.

آجر اول در راستای قائم، جابه‌جا نمی‌شود، بنابراین کار لازم برای چیدن آن صفر است. یعنی: $W_1 = 0$

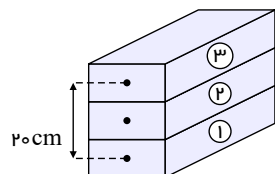


کار لازم برای چیدن آجر دوم بر روی آجر اول:



$$W_2 = mg \cdot h \cdot \cos \theta = (2 \times 10) \times (10 \times 10^{-2}) \times \cos 0 = 2 J$$

کار لازم برای چیدن آجر سوم بر روی آجر دوم:



$$W_3 = mg \cdot 2h \cdot \cos \theta = (2 \times 10) \times (2 \times 10 \times 10^{-2}) \times \cos 0 = 4 J$$

کار لازم برای چیدن هر سه آجر بر روی هم:

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 = 0 + 2 + 4 = 6 J$$

۱۱۷. گزینه ۱ طبق قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

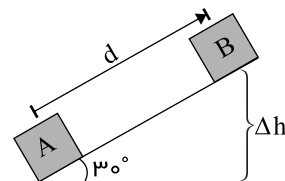
$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_F + W_f + W_{mg} = \Delta K$$

$$\Delta K = 0, W_{mg} = -\Delta U \xrightarrow{W_F < 0, W_f < 0} W_f + W_F = \Delta U \xrightarrow{\Delta U < 0} W_F > \Delta U, W_f > \Delta U$$

بنابراین:

۱۱۸. گزینه ۳ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی از رابطه $\Delta U = mg\Delta h$ به دست می‌آید.

$$\Delta U = mg\Delta h \Rightarrow 40 = 2 \times 10 \times \Delta h \Rightarrow \Delta h = 2 m$$



حال با استفاده از رابطه زیر d را می‌یابیم:

$$d = \frac{\Delta h}{\sin 30^\circ} = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4 m$$

۱۱۹. گزینه ۲ با توجه به اینکه کار نیروی وزن همواره برابر با قرینه تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است، داریم:

$$W_{mg} = -\Delta U \Rightarrow W_{mg} = -(U_B - U_A) = -(32 - 12) = -20 J$$

۱۲۰. گزینه ۳

$$W_{mg} = -\Delta U$$

۱- نادرست.

۲- نادرست. کار نیروی کشش نخ می تواند صفر، مثبت یا منفی باشد.

۳- صحیح است

$$mg \rightarrow W > 0 \quad d \downarrow \text{ کار نیروی جاذبه}$$

۴-

$$d \downarrow f_{air} \uparrow \rightarrow W < 0 \quad \text{کار نیروی مقاومت هوا}$$

۱۲۱. گزینه ۲ مطابق شکل سؤال و با استفاده از قضیه تالس داریم:

$$\frac{BE}{DC} = \frac{AB}{AC} \rightarrow \frac{BE}{3BE} = \frac{AB}{AB+10} \Rightarrow AB+10 = 3AB \Rightarrow 2AB = 10 \Rightarrow AB = 5m$$

در مثلث AEB داریم:

$$AE = AB \sin 37 = 5 \times 0.6 = 3m$$

بنابراین برای تغییر انرژی پتانسیل خواهیم داشت:

$$\Delta U = mg\Delta h = -mg(\overline{AE}) = -3 \times 10 \times 3 = -90 J$$

۱۲۲. گزینه ۲ برای محاسبه کار نیروی وزن، تغییرات ارتفاع اهمیت دارد. پس زمین را به عنوان مبدا پتانسیل گرانشی در نظر می گیریم:

$$= 2 + 2 \times 0.6 = 3.2m \quad h_A = 4m, h_C = R = 2m, h_B = R + R \sin 37$$

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h$$

برای مسیر A تا C:

$$W_{mg} = mg\Delta h = 5 \times 10 \times (4 - 2) = 100 J$$

برای مسیر A تا B:

$$\Delta U = -mg\Delta h = -5 \times 10 \times (4 - 3.2) = -40 J$$

پس در نهایت داریم:

$$\frac{W_{mgAC}}{\Delta U_{AB}} = \frac{100}{-40} = -2.5$$

۱۲۳. گزینه ۴ تغییر انرژی پتانسیل گرانشی طبق رابطه $\Delta U = mg\Delta h$ قابل محاسبه است. تندی های متفاوت می تواند به دلیل مقاومت در اصطکاک مسیرها باشد و تأثیری در محاسبه ΔU ندارد.

$$|\Delta U_A| = m_A g \Delta h_A = mgh \quad |\Delta U_B| = m_B g \Delta h_B = 2mg(2h) = 4mgh \rightarrow \left| \frac{\Delta U_A}{\Delta U_B} \right| = \frac{1}{4}$$

۱۲۴. گزینه ۳

در اینجا، کار نیروی اصطکاک باعث کاهش انرژی مکانیکی جسم در جابه جایی از A تا D می شود. به عبارتی داریم:

روش اول:

$$W_f = \Delta E = E_f - E_i$$

$$-f_k d = (mgh_f + \frac{1}{2}mv_f^2) - (mgh_i + 0)$$

$$-10 \times 1 = (U_f) + \frac{1}{2} \times 0.4 \times 5^2 - 0.4 \times 10 \times 5$$

$$-10 = U_f + 5 - 20 \Rightarrow U_f = 5 J$$

روش دوم:

$$W_f = \Delta E = \Delta K + \Delta U$$

$$-f_k d = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) + mg(h_f - h_i)$$

$$-10 \times 1 = \frac{1}{2} \times 0.4(5^2 - 0) + U_f - 0.4 \times 10 \times 5$$

$$U_f = -10 + 10 = 0 \Rightarrow U_f = 5 J$$

۱۲۵. گزینه ۴ چون تندی جسم در حرکت رو به بالا ممکن است ثابت و یا در حال افزایش یا کاهش باشد، اندازه F می تواند سه حالت داشته باشد، از طرفی می دانیم $\Delta U = -W_{mg}$ است.

بنابراین:

فیزیک دهم فصل سه

$$F > mg \Rightarrow W_F > \Delta U$$

$$F = mg \Rightarrow W_F = \Delta U$$

$$F < mg \Rightarrow W_F < \Delta U$$

۱۲۶. گزینه ۴ کار نیروی وزن به شکل مسیر بستگی ندارد. چون Δh هر سه جسم یکسان است. پس کار نیروی وزن براساس جرم مقایسه می‌شود:

$$m_C > m_A > m_B \rightarrow W_C > W_A > W_B$$

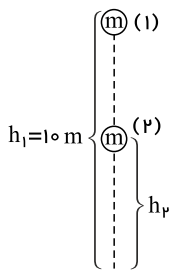
برای مقایسه تندی‌های جسم طبق قانون پایستگی انرژی داریم:

$$E_1 = E_v \rightarrow U_1 + K_1 = U_v + K_v \xrightarrow[U_v=0]{K_1=0} U_1 = K_v \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{2gh}$$

چون ارتفاع‌ها یکسان است پس:

$$v_A = v_B = v_C$$

۱۲۷. گزینه ۱ از آنجا که جسم در شرایط خلأ رها شده، انرژی مکانیکی آن پایسته می‌ماند؛ پس با توجه به پایستگی انرژی داریم:



$$E_1 = E_v \rightarrow U_1 + K_1 = U_v + K_v \xrightarrow[U_v=0]{K_1=0} U_1 = K_v \xrightarrow[U_1=mgh]{U_v=0} (0.5)(10)(10) = K_v + U_v \rightarrow K_v + U_v = 50J$$

$$m = \frac{500}{1000} kg$$

$$\xrightarrow{K_v=U_v} = 30J \left\{ \begin{array}{l} K_v + U_v = 50 \\ K_v - U_v = 30 \end{array} \right. \Rightarrow U_v = 5J \xrightarrow[U_v=mgh_v]{U_v=0} (0.5)(10)(h_v) = 5 \rightarrow h_v = 1m$$

۱۲۸. گزینه ۱ وقتی جسم در ارتفاع $\frac{3}{5}h$ قرار دارد، انرژی جنبشی‌اش معادل $\frac{2}{5}mgh$ است، به عبارتی داریم:

$$\frac{U}{K} = \frac{\frac{3}{5}mgh}{\frac{2}{5}mg} = \frac{3}{2} \xrightarrow{K=160J} \frac{U}{160} = \frac{3}{2} \Rightarrow U = 240J$$

و در آخر داریم:

$$E = U + K = 240 + 160 \Rightarrow E = 400J$$

۱۲۹. گزینه ۳ با توجه به اینکه جسم در شرایط خلأ سقوط می‌کند، انرژی مکانیکی پایسته است. پس انرژی مکانیکی در نیمه راه سقوط با انرژی مکانیکی در هر نقطه مسیر یکسان است که مطابق

شکل در یک نقطه دلخواه می‌توان E را محاسبه کرد:

$$E = U + K \Rightarrow E = 30 + 10 \Rightarrow \boxed{E = 40J}$$

۱۳۰. گزینه ۲ به دلیل عدم وجود نیروهای اتلافی (مقاومت هوا)، انرژی مکانیکی پایسته است:

$$E_1 = E_v \rightarrow K_1 + U_{g1} = K_v + U_{gv}$$

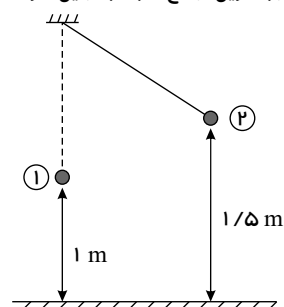
$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = mgh_v$$

$$\xrightarrow[\times 2]{\div m} v_1^2 = 2g(h_v - h_1)$$

$$\rightarrow v_1^2 = 2 \times 10 \times (1.5 - 1)$$

$$\rightarrow v_1^2 = 10 \rightarrow v_1 = \sqrt{10} m/s$$

در بالاترین ارتفاع نسبت به زمین سرعت صفر است.



۱۳۱. گزینه ۴ چون اتلاف انرژی نداریم، با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی، می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_v \Rightarrow K_1 + U_1 = K_v + U_v \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_v^2 + mgh_v \Rightarrow v_1^2 + 2gh_1 = v_v^2 + 2gh_v$$

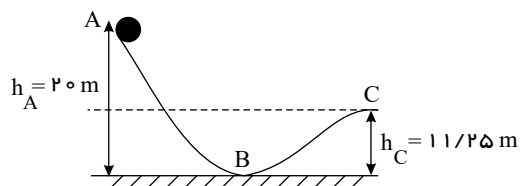
$$\Rightarrow v_v^2 = v_1^2 + 2g(h_1 - h_v) \Rightarrow v_v = \sqrt{v_1^2 + 2g(h_1 - h_v)}$$

طبق رابطه فوق، تندی برخورد گلوله به سطح زمین به جرم آن بستگی ندارد. داریم:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2gh} \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2gh \quad (1) \quad \text{گلوله اول} \quad v' = \sqrt{v_0^2 + 4gh} \Rightarrow v'^2 = v_0^2 + 4gh \quad (2) \xrightarrow{(1),(2)} v^2 < v'^2 < 2v^2 \Rightarrow 1 < \frac{v'}{v} < \sqrt{2}$$

۱۳۲. گزینه ۴

برای یافتن v_B ، پایستگی انرژی مکانیکی را بین دو نقطه A و B به کار می‌بریم اگر مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را نقطه B در نظر بگیریم، داریم:



$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = 0 + \frac{1}{2}mv_B^2 \xrightarrow{m \text{ را ساده می‌کنیم}} gh_A + \frac{1}{2}v_A^2 = \frac{1}{2}v_B^2$$

$$\xrightarrow{h_A=20m, v_A=15 \frac{m}{s}} 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 15^2 = \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow 200 + \frac{225}{2} = \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 625 \Rightarrow v_B = 25 \frac{m}{s} \quad (1)$$

برای یافتن v_C ، پایستگی انرژی مکانیکی را بین دو نقطه A و C به کار می‌بریم:

$$E_A = E_C \Rightarrow U_A + K_A = U_C + K_C \Rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\xrightarrow{m \text{ را ساده می‌کنیم}} gh_A + \frac{1}{2}v_A^2 = gh_C + \frac{1}{2}v_C^2 \xrightarrow{h_A=20m, h_C=11.25m, v_A=15 \frac{m}{s}} 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 15^2 = 10 \times 11.25 + \frac{1}{2}v_C^2 \Rightarrow v_C^2 = 400 \Rightarrow v_C = 20 \frac{m}{s} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \frac{v_B}{v_C} = \frac{25}{20} = \frac{5}{4}$$

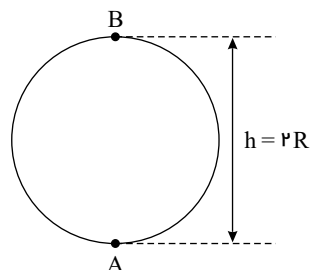
۱۳۳. گزینه ۳ طبق قانون پایستگی انرژی داریم: (زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض کرده‌ایم.)

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_2=0} U_1 + K_1 = K_2 \rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} gh_1 + \frac{1}{2}v_1^2 = \frac{1}{2}v_2^2$$

$$\rightarrow 10 \times h_1 + \frac{1}{2} \times 600^2 = \frac{1}{2} \times 800^2 \rightarrow 10 \times h = \frac{1}{2}(800^2 - 600^2) \rightarrow h = 14000m \rightarrow h = 14km$$

۱۳۴. گزینه ۳

اگر پایین‌ترین نقطه روی حلقه را با A و بالاترین نقطه بر روی حلقه را با B نشان دهیم و پایین‌ترین قسمت بر روی حلقه را مبدأ پتانسیل در نظر بگیریم پس:



$$E_A = E_B \rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{U_A=0} K_A = U_B + K_B \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_B^2 \xrightarrow{\text{تقسیم بر } m} \frac{1}{2}v_A^2 = gh + \frac{1}{2}v_B^2$$

$$\xrightarrow{h=2R} \frac{1}{2}v_A^2 = g \times (2R) + \frac{1}{2}v_B^2 \rightarrow \frac{1}{2} \times 4^2 = 10 \times 2 + \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 12 \Rightarrow v_B = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

۱۳۵. گزینه ۴

طبق قانون پایستگی انرژی برای دو گلوله داریم:

$$m \text{ برای گلوله به جرم } m : \begin{cases} E_1 = E_2 \rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{K_1=0, U_2=0} U_1 = K_2 \\ mgh = K_2(I) \end{cases}$$

$$3m \text{ برای گلوله به جرم } 3m : \begin{cases} E'_1 = E'_2 \rightarrow U'_1 + K'_1 = U'_2 + K'_2 \xrightarrow{K'_1=0, U'_2=0} U'_1 = K'_2 \\ 3mgh' = K'_2(II) \end{cases}$$

رابطه (I) را به (II) تقسیم می‌کنیم:

$$\frac{mgh}{4mgh'} = \frac{K_p}{K'_p} \xrightarrow{K'_p=3K_p} \frac{h}{4h'} = \frac{K_p}{3K_p} \rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{4}{3}$$

روش کوتاه‌تر: چون گلوله‌ها از حال سکون و در شرایط خلاء رها شده‌اند، همه انرژی پتانسیل در لحظه رهاشدن با انرژی جنبشی در لحظه رسیدن به زمین برابر است. بنابراین داریم:

$$\frac{mgh}{4mgh'} = \frac{K}{3K} \rightarrow \frac{h}{h'} = \frac{4}{3}$$

گزینه ۴ . ۱۳۶

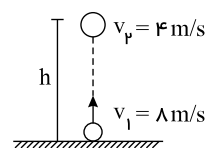
در اینجا چون از کلیه نیروهای اتلافی صرف‌نظر شده و انرژی مکانیکی پایسته است، کاهش انرژی پتانسیل گرانشی در جابه‌جایی از A تا B با افزایش انرژی جنبشی بین این دو نقطه هم‌اندازه است. یعنی:

$$|\Delta U| = |\Delta K| \rightarrow |\Delta U| = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \rightarrow |\Delta U| = \frac{1}{2} \times 200 \times 10^{-3} \times (6^2 - 4^2) \rightarrow |\Delta U| = 2J$$

۱۳۷ . گزینه ۳ با استفاده از قانون پایستگی انرژی داریم: (زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم).

$$E_1 = E_p \rightarrow U_1 + K_1 = U_p + K_p \xrightarrow{U_1=0} K_1 = U_p + K_p \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_p^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} \frac{1}{2}v_1^2 = gh + \frac{1}{2}v_p^2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times 1^2 = 10 \times h + \frac{1}{2} \times 4^2 \rightarrow 32 = 10h + 8 \rightarrow 24 = 10h \rightarrow h = 2.4m$$



۱۳۸ . گزینه ۴ قانون پایستگی انرژی را در نقاط A و B می‌نویسیم:

$$E_A = E_B \rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} \frac{1}{2}v_A^2 + gh = \frac{1}{2}v_B^2 + g \times \frac{h}{4} \xrightarrow{\text{طرفین } \times 4} 2v_A^2 + 4gh = 2v_B^2 + gh$$

$$\rightarrow 2v_A^2 + 3gh = 2v_B^2 \rightarrow v_B^2 = \frac{2v_A^2 + 3gh}{2} \rightarrow v_B = \sqrt{\frac{2v_A^2 + 3gh}{2}}$$

۱۳۹ . گزینه ۱ ابتدا قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و B می‌نویسیم: (زمین را به عنوان مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر گرفته‌ایم).

$$E_A = E_B \rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{U_A=0} \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} \frac{1}{2}v_A^2 = gh_B + \frac{1}{2}v_B^2 \rightarrow \frac{1}{2} \times 12^2 = 10 \times h_B + \frac{1}{2} \times 6^2$$

$$\rightarrow 54 = 10h_B \rightarrow h_B = 5.4m$$

حال قانون پایستگی انرژی را برای نقاط A و C می‌نویسیم:

$$E_A = E_C \rightarrow U_A + K_A = U_C + K_C \xrightarrow{U_A=0} \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} \frac{1}{2}v_A^2 = gh_C + \frac{1}{2}v_C^2 \rightarrow \frac{1}{2} \times 12^2 = 10 \times h_C + \frac{1}{2} \times 1^2$$

$$\rightarrow 10h_C = 40 \rightarrow h_C = 4m$$

در نتیجه:

$$\frac{h_B}{h_C} = \frac{5.4}{4} = 1.35$$

۱۴۰ . گزینه ۳ چون سیستم از حال سکون به حرکت درآمده است، پس $K_1 = 0$ و از آنجایی که اصطکاک وجود ندارد، اندازه تغییر انرژی جنبشی سیستم (M_1 و M_2) برابر اندازه تغییر انرژی پتانسیل است. جرم M_p جابه‌جایی افقی دارد و در راستای قائم جابه‌جایی ندارد، پس:

$$|\Delta U_{\text{ج}}| = |\Delta U_{M_1} + \Delta U_{M_p}| = |M_1 g \Delta h + 0| = |4 \times 10 \times 1.2| = 48J$$

این مقدار انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی دو وزنه تبدیل می‌شود، پس:

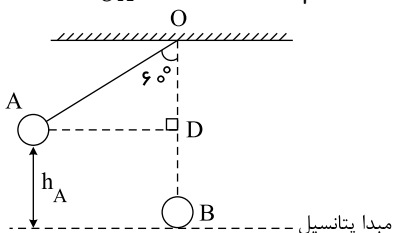
$$|\Delta U_{\text{ج}}| = |\Delta K_{M_1} + \Delta K_{M_p}| = 32 + K_{M_1} = 48 \rightarrow K_{M_1} = 16J$$

تندی حرکت دو وزنه برابر است، پس:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{v_1=v_2} \frac{K_p}{K_1} = \frac{m_p}{m_1} \rightarrow \frac{32}{16} = \frac{4}{m_1} \rightarrow m_1 = 2kg$$

۱۴۱ . گزینه ۲ ابتدا قانون پایستگی انرژی را در دو نقطه A و B می‌نویسیم:

$$\cos 60^\circ = \frac{OD}{OA} \xrightarrow{OA=L=1} OD = \frac{1}{2}$$

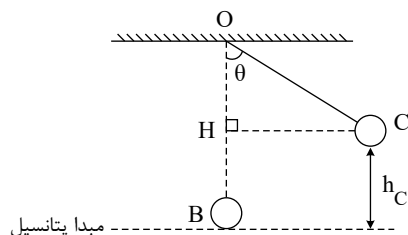


$$h_A = OB - OD = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5m$$

$$E_A = E_B \rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{U_B=0} \cancel{m}gh_A + \frac{1}{2}\cancel{m}v_A^2 = \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 \rightarrow 10 \times 0,5 + \frac{1}{2} \times (\sqrt{2})^2 = \frac{1}{2} \times v_B^2 \rightarrow v_B^2 = 12$$

$$\rightarrow v_B = \sqrt{12} = 2\sqrt{3} \frac{m}{s}$$

پس:



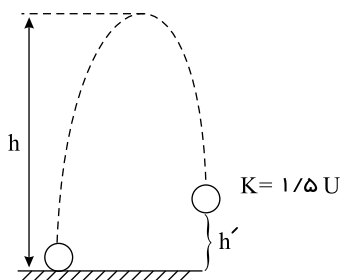
$$\cos \theta = \frac{OH}{OC} \xrightarrow{OC=L} OH = L \cos \theta \rightarrow h_C = OB - OH = L - L \cos \theta \rightarrow h_C = L(1 - \cos \theta)$$

$$v_C = \sqrt{\frac{2}{3}}v_B = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{2} \frac{m}{s}$$

$$E_B = E_C \rightarrow U_B + K_B = U_C + K_C \xrightarrow{U_B=0} \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 = \cancel{m}gh_C + \frac{1}{2}\cancel{m}v_C^2 \rightarrow \frac{1}{2}(2\sqrt{2})^2 = 10 \times (1 - \cos \theta) + \frac{1}{2}(2\sqrt{2})^2$$

$$\rightarrow 6 = 10 - 10 \cos \theta + 6 \rightarrow \cos \theta = 0,8 \rightarrow \theta = 37^\circ$$

۱۴۲. گزینه ۲ طبق قانون پایستگی انرژی در نقطه (۱) یعنی سطح زمین انرژی جنبشی داریم و در نقطه (۲) بالاترین نقطه از سطح زمین انرژی پتانسیل گرانشی داریم پس:



$$E_1 = E_2 \rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_1=0, K_2=0} K_1 = U_2 \rightarrow \frac{1}{2}\cancel{m}v_1^2 = \cancel{m}gh \times \frac{1}{5} = 10 \times h \rightarrow h = 3,2m$$

حال قانون پایستگی انرژی را برای نقطه (۱) یعنی بالاترین نقطه از سطح زمین و نقطه (۲) یعنی جایی که نسبت انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل در آن ۱/۵ است:

$$E_1 = E_2 \rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{K_2=1/5 U_2} U_1 = U_2 + 1/5 U_2 \rightarrow U_1 = 2/5 U_2 \rightarrow mgh = 2/5 mgh' \rightarrow h = 2/5 h' \rightarrow 3,2 = 2/5 h' \rightarrow h' = 1,28m$$

$$\rightarrow h - h' = 3,2 - 1,28 = 1,92m$$

۱۴۳. گزینه ۱ ابتدا ارتفاع گلوله بر روی سطح شیبدار (۱) و (۲) را محاسبه می‌کنیم:

$$\sin 30^\circ = \frac{h_1}{d} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h_1}{d} \rightarrow h_1 = \frac{d}{2}$$



$$\sin 53^\circ = \frac{h_2}{d} \rightarrow 0,8 = \frac{h_2}{d} \rightarrow h_2 = 0,8d$$

حال قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 \rightarrow U_1 + K_1 = K_2 + U_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_2 \xrightarrow{\text{تقسیم بر } m} \frac{1}{2}v_0^2 + gh_1 = \frac{1}{2}v_0^2 + gh_2 \rightarrow \frac{1}{2}v_0^2 + g \times \frac{d}{2} = \frac{1}{2}v_0^2 + g \times 0,8d$$

$$\xrightarrow{\text{طرفین } \times 2} v_0^2 + 2gd = v_0^2 + 1,6gd \rightarrow v_0^2 - 0,6gd = v_0^2 \rightarrow \sqrt{v_0^2 - 0,6gd}$$

۱۴۴. گزینه ۱ قانون پایستگی انرژی را می‌نویسیم تا h_B و h_C به دست آید.

$$E_A = E_B \rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{K_A=0} U_A = U_B + K_B \Rightarrow \cancel{m}gh_A = \cancel{m}gh_B + \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 \rightarrow 10 \times 5 = 10 \times h_B + \frac{1}{2}(6)^2 \rightarrow 32 = 10h_B$$

$$\rightarrow h_B = 3,2m$$

$$E_A = E_C \rightarrow U_A + K_A = U_C + K_C \xrightarrow{K_A=0} U_A = U_C + K_C \Rightarrow mgh_A = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 \rightarrow 10 \times 5 = 10 \times h_C + \frac{1}{2} \times (2\sqrt{15})^2 \rightarrow h_C = 2m$$

حال کار نیروی وزن را به دست می‌آوریم:

$$W_{mgAB} = -\Delta U_{AB} = -mg(h_B - h_A) = -12 \times 10 \times (3.2 - 5) = 216$$

$$W_{mgAC} = -\Delta U_{AC} = -mg(h_C - h_A) = -12 \times 10 \times (2 - 5) = 360$$

$$\frac{W_{mgAB}}{W_{mgAC}} = \frac{216}{360} = 0.6$$

۱۴۵. گزینه ۲ می‌دانیم $W_{mg} = -\Delta U$ پس:

$$W_{mg} = -\Delta U = 50J$$

چون سطح زمین را مبدأ پتانسیل در نظر گرفتیم پس انرژی پتانسیل گرانشی در نقطه ۲ برابر است با:

$$U_2 = 50J$$

$$E_1 = E_2 \rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_1=0} K_1 = U_2 + K_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = U_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \rightarrow \frac{1}{2} \times 0.5 \times 900 = 50 + \frac{1}{2} \times 0.5 \times v_2^2 \rightarrow v_2^2 = 700$$

$$\rightarrow v_2 = \sqrt{700} = 10\sqrt{7} \frac{m}{s}$$

۱۴۶. گزینه ۲ هنگامی که گلوله آونگ دارای بیشترین انرژی پتانسیل گرانشی‌اش می‌شود، انرژی جنبشی و تندی آن صفر است. ابتدا تندی آونگ را در نقطه B به دست می‌آوریم:

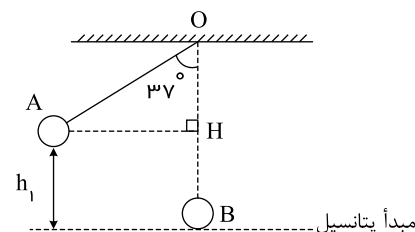
(اگر پایین‌ترین نقطه عبور گلوله را مبدأ پتانسیل گرانشی بگیریم.)

$$\cos 37 = \frac{OH}{OA} \rightarrow OH = 0.8 \times 2 = 1.6$$

$$HB = h_1 = OB - OH \rightarrow HB = 2 - 1.6 = 0.4$$

$$E_1 = E_2 \rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_1=0} K_1 + U_1 = K_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times (2\sqrt{2})^2 + 10 \times 0.4 = \frac{1}{2} \times v_2^2 \rightarrow v_2 = 2 \frac{m}{s}$$



حال زاویه θ را در طرف مقابل به دست می‌آوریم:

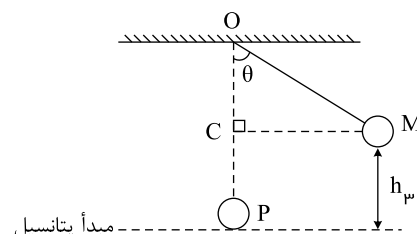
$$\cos \theta = \frac{OC}{OM} \xrightarrow{OM=L} OC = L \cos \theta$$

$$CP = OP - OC = L - L \cos \theta = L(1 - \cos \theta)$$

$$E_P = E_P \rightarrow U_P + K_P = U_P + K_P \xrightarrow{U_P=0, K_P=0} K_P = U_P \rightarrow \frac{1}{2}mv_P^2 = mgh_P$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times 4^2 = 10 \times 2 \times (1 - \cos \theta) \rightarrow 20 \cos \theta = 12 \rightarrow \cos \theta = 0.6$$

$$\theta = 53$$



۱۴۷. گزینه ۳

اگر زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، داریم:

$$B : U_B = mgh + \frac{h}{r} = \frac{5}{4}mgh = 15 \Rightarrow mgh = 12J$$

$$A : E_A = U_A + K_A = mgh + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh + \frac{1}{2}(4)(4)^2 = 12 + 2 \times 16 = 12 + 32 \rightarrow E_A = 44J$$

$$C : E_C = E_A \rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 = 44 \Rightarrow \frac{1}{2}(4)(v_C^2) = 44 \Rightarrow v_C^2 = 22 \Rightarrow v_C = \sqrt{22} m/s$$

۱۴۸. گزینه ۳

در فاصله نقاط (۱) و (۲) تنها نیرویی که بر روی جسم کار انجام می‌دهد، نیروی وزن جسم است، پس با

توجه به قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t=W_{mg}} W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)(1)(100 - 900) \rightarrow W_{mg} = -400J$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_1=0} K_1 = U_2 + K_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} \frac{1}{2}v_1^2 = gh_2 + \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 30^2 = 10 \times 25 + \frac{1}{2}v_2^2$$

$$\Rightarrow v_2 = 20 \frac{m}{s}$$

پس:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{30}{20} = \frac{3}{2}$$

۱۴۹. گزینه ۴ انرژی مکانیکی یک جسم در صورت نبود اتلاف انرژی در نقاط مختلف مسیر مقدار یکسانی دارد. پس از آنجایی که تندی اولیه و ارتفاع سقوط آنها یکسان است، تندی هر ۳ گلوله در هنگام برخورد به زمین یکسان است. در هنگام برخورد به زمین چون گلوله (۲) جرم بیشتری دارد انرژی جنبشی بیشتری دارد پس:

$$m_2 > m_1 > m_3 \Rightarrow K_2 > K_1 > K_3$$

۱۵۰. گزینه ۱ طبق قانون پایستگی انرژی داریم: (در اینجا نقطه (۲) را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم).

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} \frac{1}{2}v_1^2 + gh_1 = \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 18^2 + 10 \times 3.8 = \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 400$$

$$\Rightarrow v_2 = 20 \frac{m}{s}$$

طبق معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 \Rightarrow A_1 \times 18 = A_2 \times 20 \Rightarrow A_2 = 0.9 A_1$$

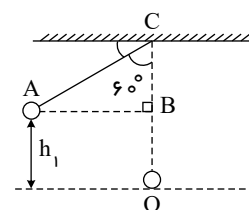
$$\text{درصد تغییر} = \frac{A_2 - A_1}{A_1} \times 100 = \frac{0.9 A_1 - A_1}{A_1} \times 100 = -10\%$$

۱۵۱. گزینه ۴ با استفاده از قانون پایستگی انرژی ابتدا در نقطه O تندی گلوله که همان تندی پیشینش است را به دست می‌آوریم:

$$\cos 60^\circ = \frac{BC}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{BC}{2} \Rightarrow BC = 1m$$

$$h_1 = OC - BC = 2 - 1 = 1m$$

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_2=0} mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \rightarrow 10 \times 1 + \frac{1}{2} \times 4^2 = \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = 36 \Rightarrow v_2 = 6 \frac{m}{s}$$



حال تندی در نقطه D را محاسبه کرده و سپس با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی وزن را محاسبه می‌کنیم.

$$v_D = \frac{\sqrt{5}}{3} v_0 = \frac{\sqrt{5}}{3} \times 6 \rightarrow v_D = 2\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t=W_g} W_{mg} = K_D = K_A$$

$$\rightarrow W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_D^2 - v_A^2) = \left(\frac{1}{2}\right)(2)(2\sqrt{5})^2 - 4^2$$

$$\rightarrow W_{mg} = 4J$$

گزینه ۱. ۱۵۲

$$A \text{ گلوله } \xrightarrow{K_1=0} E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \rightarrow mgh_1 = mgh_2 + K_2 \rightarrow 1 \times 10 \times 30 = 1 \times 10 \times 15 + K_2 \Rightarrow K_2 = 150J$$

$$B \text{ گلوله } \xrightarrow{K_1=0} E_1 = E_2 \Rightarrow U'_1 + K'_1 = U'_2 + K'_2 \rightarrow mgh'_1 = mgh'_2 + K'_2 \rightarrow 1 \times 10 \times 20 = 1 \times 10 \times 10 + K'_2 \Rightarrow K'_2 = 100J$$

$$\frac{K_2}{K'_2} = \frac{150}{100} = 1.5$$

۱۵۳. گزینه ۳ برای نقاط A و B طبق قانون پایستگی انرژی داریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{U_A=0} K_A = U_B + K_B \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} \frac{1}{2}v_A^2 = gh_B + \frac{1}{2}v_B^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 20^2 = 10 \times h_B + \frac{1}{2} \times 15^2 \Rightarrow h_B = 8.75m$$

برای نقاط A و C داریم:

$$E_A = E_C \Rightarrow U_A + K_A = U_C + K_C \xrightarrow{U_A=0} K_A = U_C + K_C \rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} \frac{1}{2}v_A^2 = gh_C + \frac{1}{2}v_C^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 20^2 = 10 \times h_C + \frac{1}{2} \times 10^2 \Rightarrow h_C = 15m$$

پس:

$$h_C - h_B = 15 - 8.75 = 6.25m$$

روش دوم: با توجه به اینکه اتلاف انرژی نداریم، با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی بین دو نقطه B و C داریم:

$$W_t = \Delta K \xrightarrow{W_t = W_{mg}} W_{mg} = K_C - K_B \rightarrow mgh_{BC} = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_B^2) \rightarrow h \cdot h_{BC} = \frac{(15)^2 - (10)^2}{2 \times 10} \rightarrow h_{BC} = 6/25m$$

طبق اصل پایستگی انرژی داریم هرچه انرژی پتانسیل جسم بیشتر باشد انرژی جنبشی آن کمتر می‌شود و بالعکس. در مسیر A تا C ، نقطه B دارای بیشترین انرژی پتانسیل پس‌گزینه ۱ . ۱۵۴
کمترین انرژی جنبشی است، پس تندی B کمترین مقدار است و در نقطه C دارای کم‌ترین انرژی پتانسیل و بیشترین انرژی جنبشی است و تندی توپ در نقطه C بیشتر از نقاط دیگر است پس
(در اینجا زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض کرده‌ایم)

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} gh_A + \frac{1}{2}v_A^2 = gh_B + \frac{1}{2}v_B^2$$

$$10 \times 5 + \frac{1}{2} \times 50^2 = 10 \times 10 + \frac{1}{2}v_B^2 \Rightarrow v_B^2 = 2400 \Rightarrow v_B = \sqrt{2400} \frac{m}{s}$$

$$E_A = E_C \Rightarrow U_A + K_A = U_C + K_C \rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = mgh_C + \frac{1}{2}mv_C^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} gh_A + \frac{1}{2}v_A^2 = gh_C + \frac{1}{2}v_C^2$$

$$10 \times 5 + \frac{1}{2} \times 50^2 = 10 \times 2 + \frac{1}{2}v_C^2 \Rightarrow v_C^2 = 2560 \Rightarrow v_C = \sqrt{2560} \frac{m}{s}$$

پس:

$$\frac{v_C}{v_B} = \sqrt{\frac{2560}{2400}} = \sqrt{\frac{16}{15}}$$

۱۵۵ . گزینه ۳ ابتدا قانون پایستگی انرژی را نوشته تا d را به دست آوریم:

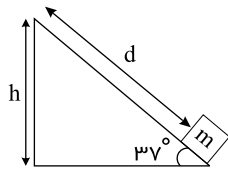
$$E_1 = E_r \Rightarrow U_1 + K_1 = U_r + K_r \xrightarrow{U_1=0, K_r=0} K_1 = U_r \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh \Rightarrow \frac{1}{2} \times 6^2 = 10 \times h \Rightarrow h = 1.8m$$

$$\sin 37 = \frac{h}{d} \Rightarrow 0.6 = \frac{1.8}{d} \Rightarrow d = 3m$$

حال در نقطه‌ای که $K = 2U$ داریم:

$$E_1 = E_r \Rightarrow U_1 + K_1 = U_r + K_r \xrightarrow{U_1=0, K_r=2U_r} K_1 = 2U_r \rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = 2 \times mgh \Rightarrow \frac{1}{2} \times 6^2 = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 0.9m$$

$$\sin 37 = \frac{h}{d'} \Rightarrow 0.6 = \frac{0.9}{d'} \Rightarrow d' = 1.5m$$



پس جسم در فاصله $2m$ از بالاترین نقطه قرار دارد، زیرا:

$$d - d' = 3 - 1 = 2m$$

۱۵۶ . گزینه ۱ ابتدا تندی گلوله را در نقطه B به دست می‌آوریم. نقطه B را مبدأ پتانسیل در نظر می‌گیریم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{U_B=0} U_A + K_A = K_B \rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_B^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} \frac{1}{2}v_A^2 + gh_A = \frac{1}{2}v_B^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (2\sqrt{3})^2 + 10(0.6 \times 2) = \frac{1}{2} \times v_B^2 \Rightarrow v_B = 6 \frac{m}{s}$$

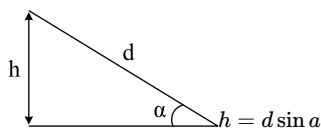
حال تندی گلوله در نقطه C یعنی وسط فاصله A تا B را محاسبه می‌کنیم. نقطه C را مبدأ پتانسیل در نظر می‌گیریم:

$$E_A = E_C \Rightarrow U_A + K_A = U_C + K_C \xrightarrow{U_C=0} U_A + K_A = K_C \rightarrow mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 = \frac{1}{2}mv_C^2 \rightarrow \frac{1}{2}v_A^2 + gh_A = \frac{1}{2}v_C^2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (2\sqrt{3})^2 + 10(0.6 \times 1) = \frac{1}{2} \times v_C^2 \Rightarrow v_C = 2\sqrt{6} \frac{m}{s}$$

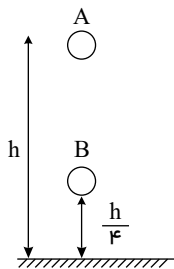
پس:

دقت کنید در اینجا h را به صورت زیر محاسبه کردیم:



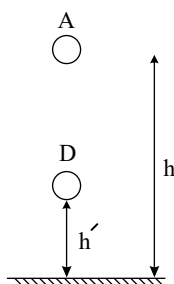
$$\frac{v_B}{v_C} = \frac{6}{2\sqrt{6}} = \frac{3}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

۱۵۷. گزینه ۱ ابتدا انرژی جنبشی جسم را در ارتفاع $\frac{h}{4}$ به دست می آوریم. زمین را به عنوان مبدا پتانسیل در نظر می گیریم.



$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{K_A=0} mgh = mg\frac{h}{4} + K_B \Rightarrow K_B = \frac{3}{4}mgh$$

حال نقطه ای که انرژی جنبشی گلوله نصف انرژی جنبشی آن در نقطه $\frac{h}{4}$ است را به دست می آوریم.



$$E_A = E_D \Rightarrow U_A + K_A = U_D + K_D \xrightarrow{K_A=0} U_A = U_D + K_D \xrightarrow{K_D=\frac{K_B}{2}} mgh = mgh' + \frac{K_B}{2} \Rightarrow mgh = mgh' + \frac{3}{8}mgh \Rightarrow h' = \frac{5}{8}h$$

۱۵۸. گزینه ۳ جرم توپ را m فرض می کنیم طبق قانون پایستگی انرژی در نقاط A و B داریم:

$$v_B = \frac{1}{3}v_A \xrightarrow{K=\frac{1}{2}mv^2} K_B = \frac{1}{9}K_A \Rightarrow K_B = \frac{1}{9} \times 90 = 10J$$

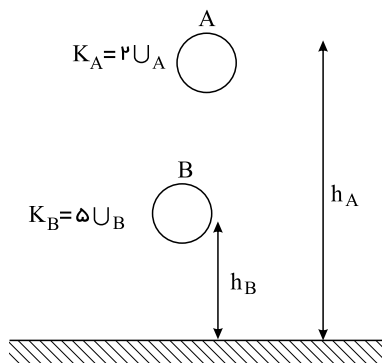
$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow 90 + mgh = 10 + \frac{5}{3}mgh \Rightarrow 80 = \frac{2}{3}mgh \Rightarrow mgh = 120$$

حال با در نظر گرفتن نقاط A و C داریم:

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C \Rightarrow 90 + mgh = K_C + \frac{1}{2}mgh \Rightarrow 90 + \frac{1}{2}mgh = K_C \xrightarrow{mgh=120} 90 + \frac{1}{2}(120) = K_C \Rightarrow K_C = 90 + 60 = 150J$$

۱۵۹. گزینه ۱

طبق قانون پایستگی برای نقطه A و O داریم:



$$E_O = E_A \Rightarrow U_O + K_O = U_A + K_A \xrightarrow{K_O=0, K_A=2U_A} U_O = U_A + 2U_A \Rightarrow U_O = 3U_A \Rightarrow U_O = 3mgh_A(I)$$

برای نقطه B و O داریم:

$$E_O = E_B \Rightarrow U_O + K_O = U_B + K_B \xrightarrow{K_B=5U_B, K_O=0} U_O = U_B + 5U_B \Rightarrow U_O = 6U_B \Rightarrow U_O = 6mgh_B(II)$$

با مساوی قرار دادن رابطه (I) و (II) داریم:

$$\Rightarrow 3mgh_A = 6mgh_B \Rightarrow \frac{h_B}{h_A} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

۱۶۰. گزینه ۲ طبق قانون پایستگی انرژی داریم:

$$\left. \begin{array}{l} (1) \bigcirc V_1 = 10 \frac{m}{s} \\ (2) \bigcirc V_2 = 20 \frac{m}{s} \end{array} \right\} 35m$$

سطح زمین

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow mgh_1 + \frac{1}{2}mv_1^2 = U_2 + \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 1 \times 10 \times 35 + \frac{1}{2} \times 1 \times 10^2 = U_2 + \frac{1}{2} \times 1 \times 20^2 \Rightarrow U_2 + 200 = 350 + 50$$

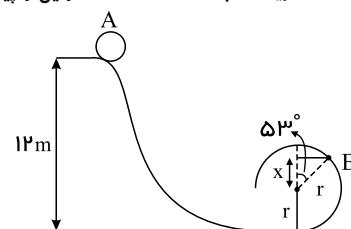
$$\Rightarrow U_2 + 200 = 400 \Rightarrow U_2 = 200J$$

پس:

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{200}{350} = \frac{20}{35} = \frac{4}{7}$$

$$\cos 53^\circ = \frac{x}{r} \rightarrow 0.6 = \frac{x}{2.5} \rightarrow x = 1.5m$$

۱۶۱. گزینه ۲ ابتدا فاصله نقطه B تا زمین را پیدا می کنیم:



حال طبق قانون پایستگی انرژی تندی گلوله را در نقطه B پیدا می کنیم:

$$E_A = E_B \Rightarrow U_A + K_A = U_B + K_B \xrightarrow{K_A=0} U_A = U_B + K_B \Rightarrow mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} gh_A = gh_B + \frac{1}{2}v_B^2$$

$$\rightarrow 10 \times 12 = 10 \times 4 + \frac{1}{2}v_B^2 \rightarrow 120 = 40 + \frac{1}{2}v_B^2 \rightarrow v_B^2 = 160 \rightarrow v_B = \sqrt{160} \rightarrow v_B = 4\sqrt{10} \frac{m}{s}$$

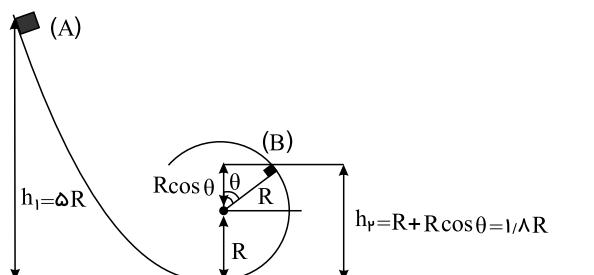
۱۶۲. گزینه ۲ طبق قانون پایستگی انرژی داریم: (سطح زمین و نقطه A را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می کنیم)

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \xrightarrow{U_1=0} K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_1^2 = mgh + \frac{1}{2}mv_2^2 \xrightarrow{\text{طرفین تقسیم بر } m} \frac{1}{2}v_1^2 = gh + \frac{1}{2}v_2^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \times v_1^2 = 10 \times 20 + \frac{1}{2} \times 10^2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = 200 + 50 \Rightarrow \frac{1}{2}v_1^2 = 250 \Rightarrow v_1^2 = 500 \Rightarrow v_1 = \sqrt{500} = 10\sqrt{5} \frac{m}{s}$$

۱۶۳. گزینه ۳ در ابتدا فاصله قائم نقطه B تا سطح زمین را به صورت زیر محاسبه کرده، سپس با استفاده از پایستگی انرژی بین دو نقطه A و B، نسبت خواسته شده را می یابیم.

$$\begin{cases} \sin \theta = 0.6 \\ \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \rightarrow \cos \theta = 0.8 \end{cases}$$



$$\begin{cases} K_A = 0 \\ E_A = U_A + K_A = mg(5R) = 5mgR \Rightarrow E_B = E_A \Rightarrow 1.8mgR + K_B = 5mgR \Rightarrow K_B = 3.2mgR \Rightarrow \frac{K_B}{U_B} = \frac{3.2mgR}{1.8mgR} = \frac{32}{18} = \frac{16}{9} \\ E_B = U_B + K_B = mg(1.8R) + K_B \end{cases}$$

۱۶۴. گزینه ۲ مبنای پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر می گیریم:

گام اول:

در ابتدا پایستگی انرژی بین دو نقطه B و C را بررسی می کنیم تا رابطه بین تندی B و شعاع دایره مسیر را بیابیم:

$$\begin{cases} v_C = \frac{1}{2} v_B \\ E_C = E_B \rightarrow U_C + K_C = \cancel{U_B} + K_B \rightarrow mg(2R) + \frac{1}{2} m v_C^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 \end{cases} \rightarrow v_B^2 = v_C^2 + 4Rg \rightarrow v_B^2 = \left(\frac{1}{2} v_B\right)^2 + 4Rg \rightarrow v_B^2 = \frac{1}{4} v_B^2 + 4Rg \rightarrow \frac{3}{4} v_B^2 = 4Rg$$

$$\rightarrow v_B^2 = \frac{16}{3} Rg$$

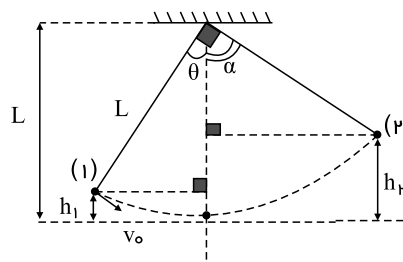
گام دوم:

حال مجدداً پایداری انرژی بین دو نقطه A و B را بررسی می‌کنیم:

$$E_B = E_A \rightarrow \cancel{U_B} + K_B = U_A + \cancel{K_A} \rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 = mgh \Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{16}{3} Rg\right) = gh \rightarrow h = \frac{8}{3} R = 8m$$

۱۶۵. گزینه ۱ گام اول: با توجه به ناچیز بودن اتلاف انرژی، جهت پرتاب اولیه، تأثیری در تعیین پاسخ ندارد. از طرفی می‌دانیم که فاصله قائم نقطه پرتاب تا پایین‌ترین نقطه مسیر به صورت زیر است.

$$\frac{1}{2} m v_o^2 + mg(L - L \cos \theta) = mg(L - L \cos \alpha) + \cancel{K_r}$$



$$h_2 = L - L \cos \alpha$$

$$h_1 = L - L \cos \theta$$

$$v_o^2 + 2gL(1 - \cos \theta) = 2gL(1 - \cos \alpha) \rightarrow v_o^2 + \cancel{2gL} - 2gL \cos \theta = \cancel{2gL} - 2gL \cos \alpha \rightarrow 2gL \cos \alpha = 2gL \cos \theta - v_o^2 \rightarrow \cos \alpha = \frac{2gL \cos \theta - v_o^2}{2gL}$$

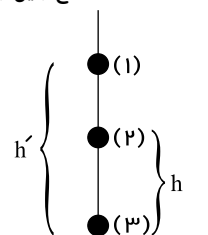
$$\rightarrow \cos \alpha = \cos \theta - \frac{v_o^2}{2gL} \rightarrow \begin{cases} \cos \alpha_2 = \cos \theta - \frac{v_o^2}{2gL} \\ \cos \alpha_1 = \cos \theta - \frac{v_o^2}{2gL} \end{cases} \Rightarrow \cos \alpha_2 - \cos \alpha_1 < 0 \Rightarrow \alpha_2 > \alpha_1$$

۱۶۶. گزینه ۳ از آنجایی که اتلاف انرژی نداریم، در نصف ارتفاع اوج، انرژی جنبشی و پتانسیل هر یک معادل نصف انرژی مکانیکی (همان انرژی جنبشی لحظه پرتاب) هستند. یعنی:

$$\frac{K_2}{K_o} = \frac{1}{2} \rightarrow \left(\frac{v_2}{v_o}\right)^2 = \frac{1}{2} \rightarrow v_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} v_o$$

۱۶۷. گزینه ۳ سطح زمین را مبدأ پتانسیل در نظر می‌گیریم و یک بار، پایداری انرژی را بین دو نقطه (۱) و (۲) و بار دیگر بین دو نقطه (۱) و (۳) می‌نویسیم. یعنی:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + \cancel{U_1} = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{v}{2}\right)^2 + mgh \Rightarrow \frac{1}{2} v^2 = \frac{1}{8} v^2 + gh \Rightarrow \frac{3}{8} v^2 = gh \Rightarrow h = \frac{3}{8} \frac{v^2}{g}$$



حال برای نقاط (۱) و (۳) داریم:

$$E_1 = E_3 \Rightarrow K_1 + \cancel{U_1} = K_3 + U_3 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{v}{2}\right)^2 + mgh' \Rightarrow \frac{1}{2} v^2 = \frac{1}{8} v^2 + gh' \Rightarrow \frac{3}{8} v^2 = gh' \Rightarrow h' = \frac{3}{8} \frac{v^2}{g}$$

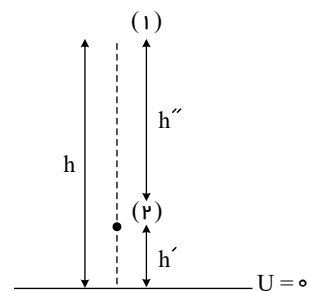
حال داریم:

$$\frac{h}{h'} = \frac{\frac{3}{8} \frac{v^2}{g}}{\frac{3}{8} \frac{v^2}{g}} = \frac{4}{5}$$

۱۶۸. گزینه ۱ با توجه به اینکه اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی جسم پایسته است و داریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \xrightarrow{K_2 = 3U_2} 0 + U_1 = 3U_2$$

$$mgh = 3mgh' \Rightarrow h' = \frac{1}{3}h$$

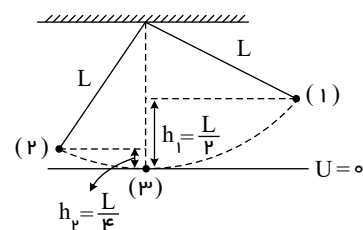


بنابراین فاصله نقطه مورد نظر از محل رها شدن جسم برابر است با:

$$h'' = h - h' = h - \frac{1}{3}h = \frac{2}{3}h$$

۱۶۹. گزینه ۲ با توجه به این که اتلاف انرژی نداریم، انرژی مکانیکی گلوله آونگ پایسته است. با در نظر گرفتن پایین ترین نقطه مسیر به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی، داریم:

$$E_1 = K_1 + U_1 = 0 + mgh_1 \Rightarrow E_1 = mgh_1$$



تندی گلوله در نقطه (۳) بیشینه است، داریم:

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + 0 \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow E_2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

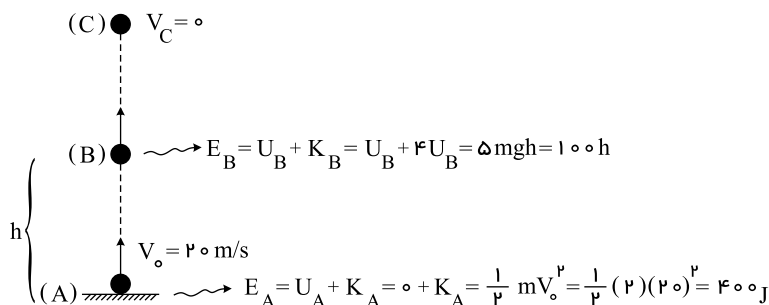
در نقطه (۲) می توان نوشت:

$$E_2 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{K_2}{E_2} + \frac{U_2}{E_2} = 1$$

با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی می توان نوشت:

$$\xrightarrow{E_1 = E_2 = E_3} \frac{K_2}{E_2} + \frac{U_2}{E_1} = 1 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}mv^2}{\frac{1}{2}mv_{max}^2} + \frac{mgh_2}{mgh_1} = 1 \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_{max}}\right)^2 + \frac{h_2}{h_1} = 1 \Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_{max}}\right)^2 + \left(\frac{\frac{L}{4}}{\frac{L}{2}}\right) = 1 \Rightarrow \frac{v_2}{v_{max}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

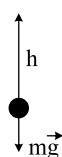
۱۷۰. گزینه ۲



$$E_B = E_A \rightarrow 100h = 400 \rightarrow h = 4m$$

$$W_{mg} = mg \times h \times \cos 180^\circ = 20 \times 4 \times (-1) = -80J$$

کار نیروی وزن:



یا می توان نوشت:

$$W_{mg} = -\Delta U_g = -(U_2 - U_1) = U_1 - U_2 = 0 - mgh = -mgh = -80J$$

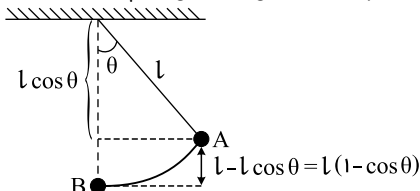
روش دوم: قبل از حل سؤال می‌دانیم که کار نیروی وزن، قرینه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن است، پس کافی است، تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم از لحظه پرتاب تا نقطه مورد نظر را بیابیم.
حل سؤال: انرژی جنبشی در لحظه پرتاب را محاسبه می‌کنیم. (که در اینجا همان انرژی مکانیکی کل جسم است).

$$E = K_o = \frac{1}{2}mv_o^2 = \left(\frac{1}{2}\right)(2)(20)^2 \rightarrow E = 400J$$

در ارتفاع مورد نظر، انرژی پتانسیل، $\frac{1}{2}$ انرژی جنبشی‌اش است، یعنی اگر کل انرژی را به نسبت ۱ به ۴ یعنی ۵ قسمت تقسیم کنیم، سهم انرژی پتانسیل ۸۰ ژول (و سهم انرژی جنبشی ۳۲۰ ژول) می‌شود پس در نهایت:

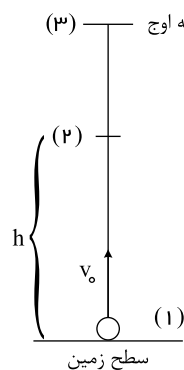
$$W_{mg} = -\Delta U_g = -80J$$

۱۷۱. گزینه ۳ از آنجایی که اتلاف انرژی نداریم: $E_A = E_B$ است. بنابراین بین دو نقطه A و B داریم: (پایین‌ترین نقطه عبور گلوله را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم)



$$\Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow 0 + mgl(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2}mv_B^2 + 0 \Rightarrow 10 \times 9.8(1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} \times 4 \rightarrow 4 - 4 \cos \theta = 2 \rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \rightarrow \theta = 60^\circ$$

۱۷۲. گزینه ۱ در نقطه اوج گلوله متوقف می‌شود. بنابراین با رسم یک شکل ساده برای حرکت این گلوله داریم: (سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم)



$$E_1 = E_2 = E_3$$

بین دو نقطه (۱) و (۳) داریم:

$$\cancel{U_1} + K_1 = U_2 + \cancel{K_2}$$

$$\frac{1}{2}mv_o^2 = mgh_{\text{اوج}}$$

$$\Rightarrow h_{\text{اوج}} = \frac{v_o^2}{2g}$$

حال بین دو نقطه (۱) و (۲) داریم:

$$U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \rightarrow \frac{1}{2}mv_o^2 = mgh + \frac{1}{2}m\left(\frac{3}{4}v_o\right)^2$$

$$mgh = \frac{1}{2}m[v_o^2 - \left(\frac{3}{4}v_o\right)^2] \rightarrow h = \frac{v_o^2}{32g}$$

$$\frac{h}{h_{\text{اوج}}} = \frac{\frac{v_o^2}{32g}}{\frac{v_o^2}{2g}} \Rightarrow \frac{h}{h_{\text{اوج}}} = \frac{1}{16}$$

۱۷۳. گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

در گزینه ۱ با آن که ارتفاع اولیه آن‌ها یکسان است، اما چون جرم متفاوت دارند، پس انرژی پتانسیل - گرانشی و در نتیجه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی ($\Delta U = mg\Delta h$) آن‌ها متفاوت است. پس گزینه ۱ نادرست است.

با توجه به این که مقاومت هوا ناچیز است و پایداری انرژی مکانیکی برقرار است، سرعت نهایی آن‌ها به جرم بستگی نداشته و به ارتفاع و سرعت اولیه وابسته است که برای هر سه یکسان است. پس گزینه‌های ۲ و ۴ نادرست و فقط گزینه ۳ درست است.

$$v' = \sqrt{v^2 + 2gh}$$

۱۷۴. گزینه ۲ با توجه به اینکه از اثر نیروهای مقاوم صرف نظر شده، انرژی مکانیکی جسم پایسته است. بنابراین داریم:

$$E_A = E_C \rightarrow \cancel{K_A} + U_A = K_C + U_C \rightarrow mgh = \frac{1}{2}mv_c^2 + mgR$$

$$\rightarrow gh = \frac{1}{2}v_c^2 + gR \rightarrow 10h - 10R = \frac{1}{2}v_c^2 \rightarrow 10(h - R) = 10 \rightarrow h - R = 1$$

۱۷۵. گزینه ۱ با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$E_1 = E_2 \rightarrow U_1 + K_1 = U_2 + K_2 \Rightarrow U_{g1} + K_1 = U_{g2} + K_2 \Rightarrow 33 + mgh_1 = mgh_2 + \frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow 33 + (3 \times 10 \times \frac{12}{100}) = (3 \times 10 \times \frac{5}{100}) + (\frac{1}{2} \times 3 \times v_2^2) \Rightarrow 33 + 36 = 15 + \frac{3}{2}v_2^2 \Rightarrow 54 = \frac{3}{2}v_2^2 \Rightarrow v_2^2 = \frac{2}{3} \times 54 = 36 \Rightarrow v_2 = 6 \frac{m}{s}$$

۱۷۶. گزینه ۲

در هر نقطه از مسیر، برای انرژی پتانسیل گرانشی گلوله‌ها داریم:

$$\left. \begin{array}{l} U = mgh \\ m_2 = 2m_1 \\ h_1 = h_2 \end{array} \right\} \Rightarrow U_2 = 2U_1$$

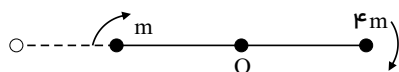
در بالای برج با توجه به فرض مسئله داریم:

$$\left. \begin{array}{l} K_2 = 2K_1 \\ U_2 = 2U_1 \end{array} \right\} \Rightarrow E_2 = 2E_1$$

با توجه به پایستگی انرژی مکانیکی در نقطه A نیز $E_2 = 2E_1$ خواهد بود.

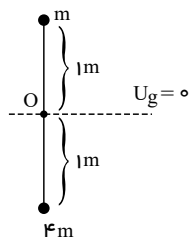
۱۷۷. گزینه ۳ برای حل این تست قدم به قدم پیش می‌رویم:

قدم اول) حالت افقی میله را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض می‌کنیم و چون ساکن است:



$$E_1 = U_1 + K_1 = 0 \rightarrow E_1 = 0$$

قدم دوم) حالت عبور میله از امتداد قائم را در نظر می‌گیریم:



$$\left\{ \begin{array}{l} E_2 = U_2 + K_2 = [(2m)g(-1) + (m)g(+1)] + K_2 \\ U_2 = -3mg \end{array} \right.$$

قدم سوم) قانون پایستگی انرژی:

$$E_2 = E_1 \rightarrow K_2 - 3mg = 0 \rightarrow \underbrace{[\frac{1}{2}(2m)v^2 + \frac{1}{2}mv^2]}_{K_2} = 3mg \rightarrow \frac{5}{2}mv^2 = 3mg \rightarrow v = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}m/s$$

۱۷۸. گزینه ۱ با توجه به شرایط خلاء، اتلاف انرژی نداریم و بنابراین پایستگی انرژی مکانیکی داریم. در نتیجه گلوله در طرف دیگر باید هم‌سطح طرف اول بالا رود.

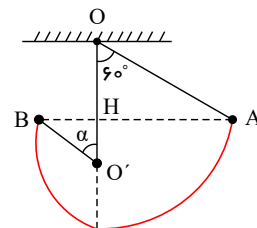
$$\Delta OAH: \cos 60^\circ = \frac{OH}{OA}$$

$$\rightarrow OH = \overline{OA} \cdot \cos 60^\circ = 15cm$$

$$O'H = OO' - HO = 20 - 15 = 5cm$$

$$O'B = O'A' = OA' - OO' = 30 - 20 = 10cm$$

$$\Delta O'BH: \cos \alpha = \frac{O'H}{O'B} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \rightarrow \alpha = 60^\circ$$



۱۷۹. گزینه ۲ به دلیل نبود اصطکاک، انرژی مکانیکی پایسته است، بنابراین بین دو نقطه A و B داریم:

$$E_A = E_B \rightarrow \cancel{K_A} + U_{gA} = K_B + \cancel{U_{gB}}$$

(تراز گذرنده از نقطه B را مبدأ پتانسیل در نظر می‌گیریم.)

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 \rightarrow v_B^2 = 20R \rightarrow v_B = \sqrt{20R}$$

$$E_A = E_C \rightarrow \cancel{K_A} + U_{gA} = K_C + U_{gC}$$

حال بین دو نقطه A و C داریم:

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_c \rightarrow 1 \cdot (4R) = \frac{1}{2}v_C^2 + 1 \cdot R \rightarrow v_C = \sqrt{6R}$$

$$\rightarrow \frac{v_B}{v_C} = \sqrt{\frac{8 \cdot R}{6 \cdot R}} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

۱۸۰. گزینه ۴ اتلاف انرژی نداریم، بنابراین انرژی مکانیکی پایسته است:

$$E_1 = E_2$$

$$K_1 + U_{g1} = K_2 + U_{g2}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 \rightarrow h_2 = \frac{v_1^2}{2g}$$



در حالت دوم، سرعت اولیه ۲۰ درصد افزایش داده شده است:

$$v'_1 = v_1 + \frac{20}{100}v_1 \rightarrow v'_1 = 1.2v_1$$

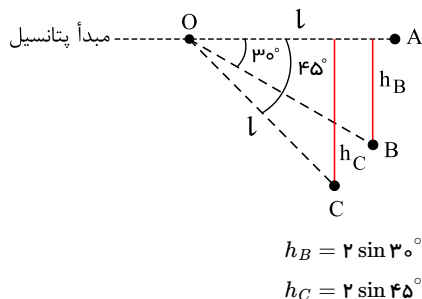
$$E'_1 = E'_2 \rightarrow K'_1 = U'_{g2} \rightarrow h'_2 = \frac{v'^2_1}{2g}$$

$$\frac{h'_2}{h_2} = \frac{v'^2_1}{v_1^2} = \left(\frac{1.2v_1}{v_1}\right)^2 = 1.44$$

۱۸۱. گزینه ۳ قانون پایستگی انرژی مکانیکی را یک بار بین A و B و یک بار بین A و C می‌نویسیم:

$$E_A = E_B \rightarrow K_A + U_{gA} = K_B + U_{gB}$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_B^2 - 2 \times 10 \times 1 \rightarrow v_B^2 = 120$$



مبدأ پتانسیل را منطبق بر تراز عبوری از نقطه A در نظر می‌گیریم.

$$h_B = h \sin 30^\circ$$

$$h_C = h \sin 45^\circ$$

$$E_A = E_C \rightarrow K_A + U_{gA} = K_C + U_{gC}$$

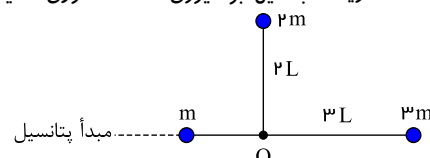
$$\frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_C^2 - 2 \times 10 \times 2 \sin 45^\circ \rightarrow v_C^2 = 128$$

$$\frac{v_B}{v_C} = \sqrt{\frac{120}{128}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

۱۸۲. گزینه ۳ به دلیل نبود نیروی اصطکاک، انرژی مکانیکی پایستگی دارد: $E_1 = E_2$. در حالت اولیه، انرژی مکانیکی مجموعه برابر انرژی پتانسیل جسم با جرم $2m$ نسبت به میله افقی است.

$$E_1 = 2m \cdot g \cdot 2L = 4mgL$$

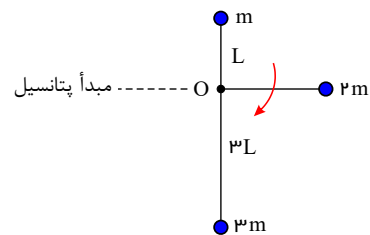
$$E_2 = K_2 + mgL - 9mgL$$



در حالت دوم نسبت به حالت اول، انرژی پتانسیل جرم‌های m و $3m$ تغییر می‌کند.

$$4mgL = K_p - 4mgL$$

$$K_p = 12mgL$$



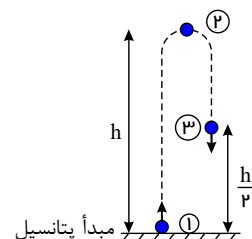
۱۸۳. گزینه ۲ ابتدا ارتفاع اوج (h) را محاسبه می‌نماییم، با توجه به پایستگی انرژی بین دو نقطه پرتاب و اوج داریم:

$$E_1 = E_p$$

$$\rightarrow K_1 + U_{g1} = K_p + U_{gp}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh$$

$$\rightarrow \frac{1}{2} \times 10^2 = 10 \times h \rightarrow h = 5m$$



تذکر: در نقطه اوج (بالا ترین نقطه مسیر) سرعت برابر صفر است.

سپس سرعت توپ را در نقطه ۳، (نیمه مسیر) محاسبه می‌نماییم:

$$E_1 = E_p$$

$$K_1 = K_p + U_{gp}$$

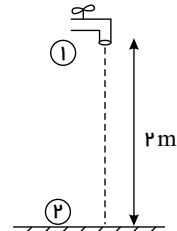
$$\rightarrow \frac{1}{2} \times 10^2 = \frac{1}{2} \times v_p^2 + 10 \times \frac{5}{2} \rightarrow v_p = 5\sqrt{2} m/s$$

۱۸۴. گزینه ۴ با توجه به قانون پایستگی انرژی مکانیکی می‌توان نوشت:

$$E_1 = E_p \rightarrow K_1 + U_{g1} = K_p + U_{gp}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh_1 = \frac{1}{2}mv_p^2 + mgh_p$$

$$v_p^2 = v_1^2 + 2 \times 10 \times 2 \rightarrow v_p^2 = 49 \rightarrow v_p = 7 m/s$$



حال کافیت معادله پیوستگی را بین دو تراز (۱) و (۲) بنویسیم:

$$A_1v_1 = A_2v_2 \rightarrow \frac{\pi}{4}d_1^2v_1 = \frac{\pi}{4}d_2^2v_2 \rightarrow 2^2 \times 3 = d_2^2 \times 7 \rightarrow d_2^2 = \frac{12}{7} \rightarrow d_2 = 2\sqrt{\frac{3}{7}} cm$$

۱۸۵. گزینه ۳ کار نیروی اصطکاک برابر با تغییرات انرژی مکانیکی جسم است. بنابراین:

$$W_f = E_B - E_A \Rightarrow W_f = (K_B + U_B) - (K_A + U_A)$$

$$\xrightarrow{K_B=0} W_f = (U_B - U_A) - \frac{1}{2}mv_A^2 = -W_{AB} - \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow W_f = -52 - \frac{1}{2} \times 4 \times 1^2 \Rightarrow W_f = -180 J$$

از طرفی با توجه به تعریف کار نیروی ثابت، می‌توان نوشت:

$$W_f = \bar{f}d \cos 180^\circ \Rightarrow -180 = \bar{f} \times 12 \times (-1) \Rightarrow \bar{f} = 15 N$$

۱۸۶. گزینه ۲ انرژی مکانیکی جسم در نقطه B را در رفت با E_B و در برگشت با E'_B نشان می‌دهیم. اگر سطح زمین را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر بگیریم، $E'_B = 0$ خواهد شد.

با استفاده از اصل پایستگی انرژی مکانیکی داریم:

$$\left. \begin{aligned} C \text{ به } B: W_f &= E_C - E_B(1) \\ B \text{ به } C: W_f &= E'_B - E_C(2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2W_f = E'_B - E_B \Rightarrow 2 \times (-0.4) = 0 - E_B \Rightarrow E_B = 0.8 J$$

با جایگذاری در رابطه (۱) داریم:

$$-0.4 = E_C - 0.8 \Rightarrow E_C = 0.4 J$$

$$B \text{ به } A: W'_f = E_B - E_A = E_B - [mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2]$$

$$\Rightarrow W_f' = 0,8 - [0,2 \times 10 \times 0,4 + \frac{1}{2} \times 0,2 \times 1] \Rightarrow W_f' = -0,1 J$$

برای محاسبه ارتفاع نقطه C از سطح زمین، داریم:

$$E_C = 0,4 J \Rightarrow U_C + K_C = 0,4 \xrightarrow{K_C=0} 0,2 \times 10 \times h_C = 0,4 \Rightarrow h_C = 0,2 m = 20 cm$$

۱۸۷. گزینه ۴ هنگامی که ۲۰٪ از انرژی اولیه گلوله هدر می‌رود، انرژی مکانیکی در محلی که شخص B قرار دارد، ۸۰٪ انرژی مکانیکی اولیه می‌شود. بنابراین:

$$E_2 = \frac{80}{100} E_1 \Rightarrow E_2 = \frac{4}{5} E_1 \Rightarrow (\frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2) = \frac{4}{5} (\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + m g h_1)$$

حداکثر تندی پرتاب برای اصابت نکردن گلوله به شخص B، در صورتی که دست می‌آید که گلوله هنگامی که به نوک بینی شخص B رسید، به حال سکون قرار می‌گیرد. بنابراین:

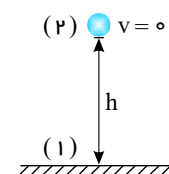
$$v_2 = 0 \Rightarrow (m g h_2) = \frac{4}{5} (\frac{1}{2} m v_1^2 + m g h_1) \Rightarrow g h_2 = -\frac{4}{5} (\frac{1}{2} v_1^2 + g h_1) \Rightarrow 10 \times 1,6 = \frac{4}{5} (\frac{1}{2} v_1^2 + 10 \times 1,8)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v_1^2 + 18 = 20 \Rightarrow v_1^2 = 4 \Rightarrow v_1 = 2 m/s$$

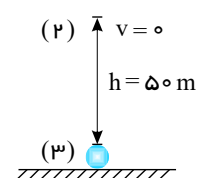
۱۸۸. گزینه ۲ در مرحله رفت با استفاده از قانون پایستگی انرژی و در نظر گرفتن زمین به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی داریم:

$$W_f = E_2 - E_1 \Rightarrow E_2 - E_1 = -f h \Rightarrow (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1)$$

$$= m g h - \frac{1}{2} m v_1^2 = -24 h \Rightarrow 40 h - \frac{1}{2} \times 4 \times 1600 = -24 h \Rightarrow h = 50 m$$



حال در مرحله برگشت داریم:



$$W_f' = E_2 - E_3 \Rightarrow E_2 - E_3 = -f h \Rightarrow (K_2 + U_2) - (K_3 + U_3)$$

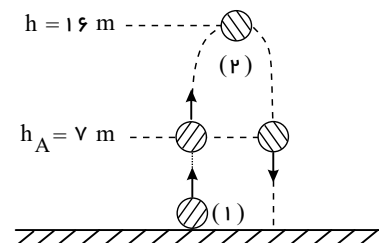
$$= \frac{1}{2} m v_2^2 - m g h = -f h \Rightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times v_2^2 - 4 \times 10 \times 50 = -24 \times 50$$

$$\Rightarrow 2 v_2^2 = 800 \Rightarrow v_2 = 20 \frac{m}{s}$$

۱۸۹. گزینه ۱ با توجه به ثابت بودن اندازه نیروی مقاومت هوا در کل مسیر و با در نظر گرفتن سطح زمین به عنوان مرجع انرژی پتانسیل گرانشی برای تعیین نیروی مقاوم هوا داریم:

$$E_2 - E_1 = W_f \Rightarrow -f h = (U_2 + K_2) - (U_1 + K_1) \xrightarrow{K_2=0, U_1=0} -f h = m g h_2 - \frac{1}{2} m v_1^2 \quad h = 16 m$$

$$\Rightarrow -16 f = 2 \times 10 \times 16 - \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 \Rightarrow f = 5 N$$



اگر قانون پایستگی انرژی را در زمان اوج گرفتن گلوله بنویسیم:

$$E_{1A} - E_1 = W_{1f} \Rightarrow (U_{1A} + K_{1A}) - (U_1 + K_1) = W_{1f} \xrightarrow{U_1=0} m g h_A + \frac{1}{2} m v_{1A}^2 - \frac{1}{2} m v_1^2 = -f h_A \quad 2 \times 10 \times 7 + \frac{1}{2} \times 2 \times v_{1A}^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 = -5(16 - 7)$$

$$\Rightarrow -5 \times 7 \Rightarrow v_{1A}^2 = 225 \Rightarrow v_{1A} = 15 \frac{m}{s}$$

اگر قانون پایستگی انرژی را هنگام سقوط گلوله بنویسیم، داریم:

$$E_{rA} - E_r = W_{rf} \Rightarrow (U_{rA} + K_{rA}) - (U_r + K_r) = W_{rf} \xrightarrow{K_r=0} m g h_A + \frac{1}{2} m v_{rA}^2 - m g h_r = -f(h - h_A)$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times 7 + \frac{1}{2} \times 2 \times v_{rA}^2 - 2 \times 10 \times 16 = -5(16 - 7) \Rightarrow v_{rA}^2 = 135 \Rightarrow v_{rA} = 3\sqrt{15} \frac{m}{s}$$

بنابراین:

$$\frac{v_{1A}}{v_{rA}} = \frac{15 \frac{m}{s}}{3\sqrt{15} \frac{m}{s}} = \sqrt{\frac{5}{3}}$$

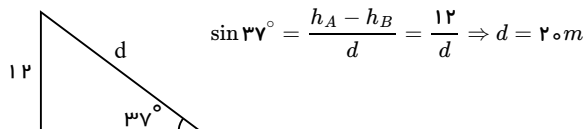
۱۹۰. گزینه ۱

با معلوم بودن فاصله قائم A تا B ، طول مسیر AB در امتداد سطح شیب‌دار را محاسبه می‌کنیم. سپس به صورت زیر مقدار نیروی اصطکاک متوسط را به دست می‌آوریم:

$$\Delta U = mg(\Delta h) = \frac{200}{1000} \times 10 \times (6 - 18) = -24J, \quad \Delta K = +4J$$

$$E_B - E_A = W_f \Rightarrow U_B + K_B - U_A - K_A = W_f \Rightarrow U_B - U_A + K_B - K_A = W_f \Rightarrow \Delta U + \Delta K = W_f \Rightarrow -24 + 4 = W_f$$

$$\Rightarrow -20 = W_f = f_k d \cos 180^\circ \Rightarrow -20 = f_k \times 20 \times (-1) \Rightarrow f_k = 1N$$



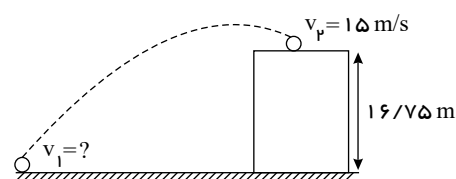
۱۹۱. گزینه ۲ در صورتی که مقاومت هوا وجود نداشته باشد، انرژی پتانسیل به انرژی جنبشی تبدیل می‌شود و انرژی جنبشی ۷۰۰ ژول افزایش می‌یابد. ولی چون در سوال قید نشده است که از مقاومت هوا صرف نظر شود، پس با در نظر گرفتن مقاومت هوا، انرژی جنبشی کمتر از ۷۰۰ ژول افزایش می‌یابد؛ پس گزینه ۲ صحیح است.

۱۹۲. گزینه ۲ طبق قانون پایستگی انرژی داریم: (زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم).

$$E_f - E_i = W_f \xrightarrow[U_i=0]{W_f = -\frac{30}{100}K_i} (U_f + K_f) - K_i = -\frac{30}{100}K_i$$

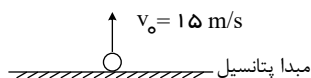
$$\rightarrow U_f + K_f = \frac{30}{100}K_i \rightarrow mgh + \frac{1}{2}mv_f^2 = \frac{30}{100}(\frac{1}{2}mv_i^2) \xrightarrow{\text{تقسیم بر } m} gh + \frac{1}{2}v_f^2 = \frac{30}{100} \times (\frac{1}{2}v_i^2)$$

$$\rightarrow 10 \times 16.75 + \frac{1}{2} \times 15^2 = \frac{1}{2} \times \frac{30}{100} \times v_i^2 \rightarrow v_i = \sqrt{800} = 20\sqrt{2} \frac{m}{s}$$



۱۹۳. گزینه ۲ اگر ارتفاع اوج گلوله را در h متری زمین در نظر بگیریم، از لحظه پرتاب تا رسیدن به این ارتفاع، نیروی مقاوم هوا، کاری معادل $10h - 1$ ژول، انجام می‌دهد. بنابراین داریم:

$$\bigcirc v = 0$$



$$E_f - E_i = W_f \xrightarrow[U_i=0]{K_f=0} (U_f + K_f) - (U_i + K_i) = W_f \rightarrow U_f - K_i = W_f \rightarrow mgh - \frac{1}{2}mv_0^2 = W_f \rightarrow 0.5 \times 10 \times h - \frac{1}{2} \times 0.5 \times 15^2 = -10h$$

$$\rightarrow 5h - 56.25 = -10h \rightarrow 15h = 56.25 \rightarrow h = 3.75m$$

۱۹۴. گزینه ۱

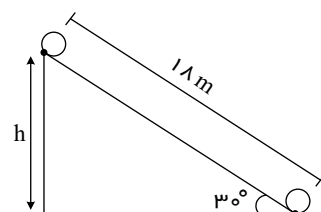
با توجه به اینکه از مقاومت هوا صرف نظر شده است، در حرکت پرتابی، تمام کار کل برابر کار نیروی وزن جسم است. از طرفی می‌دانیم که در یک مسیر بسته، کار نیروی وزن صفر است. پس در اینجا:

$$W_{mgA} = W_{mgB} = 0$$

$$W_{TA} = W_{TB} = 0$$

۱۹۵. گزینه ۲

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{18} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{18} \Rightarrow h = 9m$$



طبق قانون پایستگی انرژی داریم: (نقطه B را مبدأ پتانسیل گرانشی در نظر می‌گیریم).

$$E_f - E_i = W_f \xrightarrow[U_f=0]{K_f=0} (U_f + K_f) - (U_i + K_i) = W_f \rightarrow K_f - (U_i + K_i) = W_f \rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 - (mgh + \frac{1}{2}mv_i^2) = W_f$$

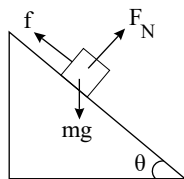
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 10 \times 8^2 - (10 \times 10 \times 9 + \frac{1}{2} \times 10 \times 4^2) = W_f \Rightarrow 320 - (900 + 80) = W_f \Rightarrow W_f = -660J \Rightarrow |W_f| = 660J$$

۱۹۶. گزینه ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: به دلیل وجود اصطکاک، انرژی مکانیکی جسم کاهش می‌یابد. (نادرست)

گزینه ۲: جسم با تندی ثابت به سمت پایین حرکت می‌کند. طبق رابطه $W_T = \Delta K$ و چون $\frac{1}{2}mv_1^2 - \frac{1}{2}mv_2^2 = \Delta K$ است پس کار برآیند برابر صفر است. (نادرست)

گزینه ۳: جسم به سمت پایین حرکت می‌کند و کار نیروی وزن $W_{mg} = +mgh$ است. (نادرست)



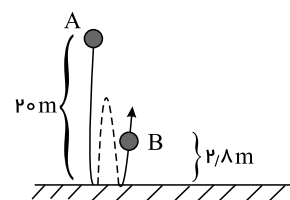
۱۹۷. گزینه ۱

این توپ، در مجموع در دو برخورد به زمین، ۵۰ درصد از انرژی اولیه‌اش را از دست داده، بنابراین داریم:

$$E_B = E_A - \frac{30}{100}E_A - \frac{20}{100}E_A = \frac{50}{100}E_A$$

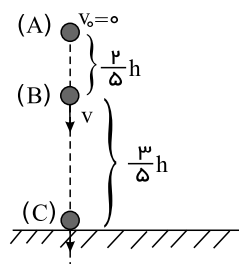
$$U_B + K_B = \frac{1}{2}(mgh_A) \Rightarrow mgh_B + K_B = \frac{1}{2}mgh_A \Rightarrow K_B = \frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mgh_A - mgh_B \Rightarrow v_B^2 = gh_A - 2gh_B$$

$$\Rightarrow v_B^2 = 200 - 20 \times 2.8 = 144 \rightarrow v_B = \sqrt{144} = 12 \frac{m}{s} \rightarrow \boxed{v_B = 12 \frac{m}{s}}$$



۱۹۸. گزینه ۳ به ازای هر متر سقوط گلوله، یک ژول انرژی از دست می‌دهد. بنابراین پس از $\frac{2}{5}h$ ، به مقدار $\frac{2}{5}h(J)$ انرژی از دست می‌دهد.

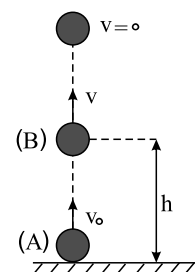
حال اگر با رسم یک شکل ساده نقاط A و B و C را مشخص کنیم، با استفاده از پایستگی انرژی داریم:



$$\begin{cases} E_B = K_B + U_B = \frac{1}{2}mv_B^2 + mg(\frac{3}{5}h) \\ E_A = K_A + U_A = mgh \end{cases} \rightarrow E_B - E_A = -\frac{2}{5}h(J) \rightarrow (\frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{3}{5}mgh) - (mgh) = -\frac{2}{5}h \rightarrow \frac{1}{2}(2)(v_B^2) + (\frac{3}{5})(2)(10)(h) = -\frac{2}{5}(2)(10)h = -\frac{2}{5}h \rightarrow v_B^2 + 12h - 20h = -\frac{2}{5}h \rightarrow v_B^2 - 8h = -\frac{2}{5}h \rightarrow v_B^2 = 8h - \frac{2}{5}h = \frac{38h}{5} \rightarrow v_B = \sqrt{\frac{38h}{5}}$$

۱۹۹. گزینه ۳ گام اول:

$$K_B = \frac{1}{4}U_B \rightarrow E_B = U_B + K_B = U_B + \frac{1}{4}U_B \rightarrow E_B = \frac{5}{4}U_B$$



گام دوم:

$$E_B - E_A = -\frac{20}{100}E_A \rightarrow E_B = \frac{80}{100}E_A \rightarrow E_B = \frac{4}{5}E_A \rightarrow \frac{5}{4}mgh = \frac{4}{5}(\frac{1}{2}mv_0^2) \rightarrow \frac{5}{4} \times 10 \times h = \frac{4}{5} \times \frac{1}{2} \times 40^2 = \frac{2 \times 1600}{5} = 640$$

$$\rightarrow h = \frac{4 \times 64}{5} = 51.2m$$

۲۰۰. گزینه ۱

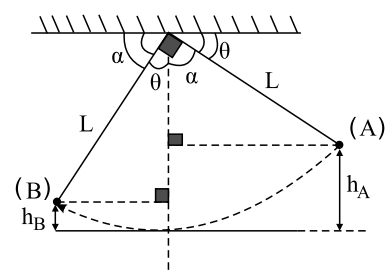
گام اول:

تغییر انرژی مکانیکی جسم در جابه‌جایی از A تا B ، با کار نیروی اتلافی برابر است. از طرفی چون جسم در نقاط A و B ساکن است، انرژی مکانیکی‌اش با انرژی پتانسیل گرانشی برابر است. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} \sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \\ \theta + \alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha = \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta = 0.8 \\ \cos \alpha = \sin \theta = 0.6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \cos \theta = 0.8 \\ \cos \alpha = \sin \theta = 0.6 \end{cases}$$

$$h_B = L - L \cos \theta = 0.2L$$

$$h_A = L - L \cos \alpha = 0.4L$$



گام دوم:

$$\frac{|\Delta E_{A,B}|}{E_A} = \frac{|E_B - E_A|}{E_A} = \frac{E_A - E_B}{E_A} = 1 - \frac{E_B}{E_A} = 1 - \frac{mgh_B}{mgh_A} = 1 - \frac{h_B}{h_A} = 1 - \frac{0.2L}{0.4L} = \frac{1}{2}$$

گام اول گزینه ۳ . ۲۰۱

$$\frac{1}{2}mv^2 + mg(0) = mgh + \frac{1}{2}mv_0^2 \rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

گام دوم:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_r = \sqrt{v_{0r}^2 + 2gh_r} = \sqrt{v_0^2 + 2g(2h_1)} \\ v_1 = \sqrt{v_{01}^2 + 2gh_1} = \sqrt{v_0^2 + 2gh_1} \end{array} \right\} k = \frac{\sqrt{2} \sqrt{v_0^2 + 2gh_1}}{\sqrt{v_0^2 + 2gh_1}}$$

$$v_0^2 = a > 0, 2gh_1 = b > 0 \Rightarrow 1 < \frac{2a+b}{a+b} < 2 \Rightarrow 1 < \sqrt{\frac{2a+b}{a+b}} < \sqrt{2} \xrightarrow{\times \sqrt{2}} \sqrt{2} < K < 2$$

۲۰۲. گزینه ۴ با توجه به قانون پایستگی انرژی، داریم:

$$W_f = E_f - E_i \Rightarrow W_f = (K_f + U_f) - (K_i + U_i) \Rightarrow W_f = \Delta K + \Delta U$$

چون جسم در هوا به سمت بالا پرتاب شده و صحبتی راجع به عدم وجود نیروهای اتلافی نشده است، پس نیروهای اتلافی وجود دارند و کار آنها منفی است. در نتیجه داریم:

$$W_f < 0 \Rightarrow \Delta K + \Delta U < 0 \Rightarrow \Delta U < -\Delta K$$

۲۰۳. گزینه ۴ می‌دانیم که در اینجا کار نیروی مقاوم برابر تغییر انرژی مکانیکی جسم در جابه‌جایی از A تا B است. در اینجا که جسم در حال سقوط است، انرژی پتانسیل گرانشی‌اش در حال کاهش و مطابق صورت سؤال، انرژی جنبشی‌اش در حال افزایش است (تندی $15 \frac{m}{s}$ افزایش یافته)، بنابراین داریم:

$$W_f = \Delta E = E_B - E_A = (U_B + K_B) - (U_A + K_A) = U_B - U_A + K_B - K_A \rightarrow W_f = \Delta U_{AB} + \Delta K_{AB} \xrightarrow{\Delta K_{AB} = K_B - K_A} \Delta U_{AB} = -mgh_{AB}$$

$$W_f = -mgh_{AB} + \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \rightarrow -7000 = -(20)(10)(50) + \frac{1}{2} \times 20(v_B^2 - v_A^2) \rightarrow v_B^2 - v_A^2 = 3000 \rightarrow (v_B - v_A)(v_B + v_A) = 3000 \xrightarrow{v_B - v_A = 15 \frac{m}{s}}$$

$$15(v_B + v_A) = 3000 \rightarrow v_B + v_A = 200 \frac{m}{s} \rightarrow \begin{cases} v_B + v_A = 200 \frac{m}{s} \\ v_B - v_A = 15 \frac{m}{s} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} v_B = 107.5 \frac{m}{s} \\ v_A = 92.5 \frac{m}{s} \end{cases} \rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{107.5}{92.5} = 1.16$$

۲۰۴. گزینه ۱ در حین حرکت جسم نیروی وزن، نیروی عمودی سطح تکیه‌گاه و نیروی اصطکاک مسیر و نیروی مقاومت هوا بر جسم اثر می‌کنند. کار نیروی عمودی تکیه‌گاه صفر است، لذا کار نیروهای اتلافی (اصطکاک مسیر و مقاومت هوا) برابر است با تغییر انرژی مکانیکی جسم و این برابر است با مجموع تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل گرانشی:

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U$$

تندی اولیه و نهایی جسم برابر است. لذا $\Delta K = 0$ پس:

$$\Delta E = 0 + \Delta U = mg\Delta h = 0.5 \times 9.8 \times (-3) = -14.7J$$

که

$$|\Delta E| = 14.7J$$

۲۰۵. گزینه ۳

اگر زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض کنیم، تغییر انرژی مکانیکی آن برابر اختلاف انرژی پتانسیل در نقطه رها شدن و انرژی جنبشی در لحظه برخورد به زمین است. یعنی:

$$E_f - E_i = W_{fk}, E_i - E_f = Q (\text{گرمای تولید شده}) \rightarrow mgh_1 - \frac{1}{2}mv_f^2 = mc\Delta\theta \xrightarrow{\div m} gh_1 - \frac{1}{2}v_f^2 = c\Delta\theta \rightarrow 10 \times 100 - \frac{1}{2}(20)^2 = 400\Delta\theta$$

$$\rightarrow 1000 = 400\Delta\theta \rightarrow \Delta\theta = 2^\circ C$$

۲۰۶. گزینه ۴ سطح افقی ای که از نقطه A می گذرد را مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض می کنیم و انرژی مکانیکی بلوک را در نقاط A و B محاسبه می کنیم.

می دانیم که کار نیروی اصطکاک با اختلاف انرژی مکانیکی در نقاط A و B برابر است. بنابراین داریم:

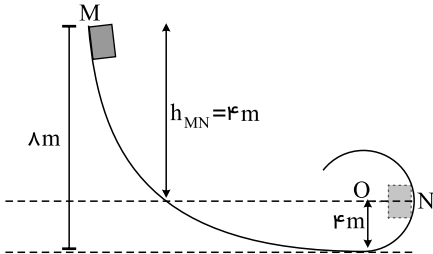
$$E = \frac{1}{2}mv^2 + mgh$$

$$E_A = \frac{1}{2} \times 4 \times 20^2 = 800J$$

$$E_B = \frac{1}{2} \times 4 \times 12^2 + 4 \times 10 \times 1.5 = 288 + 60 = 348$$

$$W_{fk} = E_B - E_A \Rightarrow |W_{fk}| = 800 - 348 = 452 \Rightarrow \text{تغییر انرژی درونی جسم} = 452 \times \frac{5}{100} = 22.6J$$

۲۰۷. گزینه ۳ در جابه جایی از M تا N دو نیروی وزن و اصطکاک بر روی جسم کار انجام می دهند؛ پس با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:



$$W_t = \Delta K \rightarrow W_{fk} + W_{mg} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) \xrightarrow[W_{mg}=mgh]{W_{fk}=-16J} -16 + (2)(10)(4-4) = \frac{1}{2}(v_N^2 - 0) \rightarrow v_N = 8 \frac{m}{s}$$

۲۰۸. گزینه ۲ اگر فرض کنیم x درصد از انرژی اولیه جسم تلف شده است، رابطه پایستگی انرژی را می توان به شکل زیر نوشت:

$$E_1 - xE_1 = E_f$$

$$(1-x)E_1 = E_f \Rightarrow (1-x)(K_1 + U_1) = K_f \Rightarrow (1-x)(\frac{1}{2}mv_1^2 + mgh) = \frac{1}{2}mv_f^2$$

$$\xrightarrow{\text{حذف } m \text{ از دو طرف}} (1-x)(\frac{1}{2}v_1^2 + gh) = \frac{1}{2}v_f^2 \Rightarrow (1-x)(\frac{1}{2} \times 10^2 + 10 \times 7) = \frac{1}{2} \times 12^2$$

$$\Rightarrow (1-x) \times 120 = 72 \Rightarrow 1-x = 0.6 \Rightarrow x = 0.4 = 40\%$$

۲۰۹. گزینه ۲ برای تعیین کار نیروی اصطکاک باید طول مسیر AB را محاسبه کنیم. بنابراین داریم:

$$AB \text{ کمان} = R\theta = 6 \times \frac{\pi}{6} = \pi(m)$$

$$W_{fk} = -f_k d = -4 \times 3 = -12J$$

$$W_{mg} + W_{fk} = \Delta K \rightarrow mgh + W_{fk} = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_A^2)$$

$$2 \times 10 \times 6 - 12 = v_C^2 - 16 \rightarrow v_C = \sqrt{124} = 2\sqrt{31}$$

۲۱۰. گزینه ۳ ابتدا فاصله قائم دو نقطه A و B و پس از آن طول سطح شیب دار از A تا B را یافته، سپس با استفاده از انرژی مکانیکی نقاط، مقدار انرژی مکانیکی کاهش یافته که همان کار

نیروی اصطکاک باشد را محاسبه می کنیم و در نهایت نیروی اصطکاک را به دست می آوریم:

$$|\Delta h| = 12m, |\Delta h| = AB \sin 53^\circ \Rightarrow 12 = AB \times 0.8 \Rightarrow AB = 15m \Rightarrow d = AB = 15m$$

$$E_A - E_B = W_f \Rightarrow (U_A + K_A) - (U_B + K_B) = fd \cos 180^\circ$$

$$(U_A - U_B) + (K_A - K_B) = f \times d \times (-1)$$

$$mg\Delta h + 5 = f \times 15 \times (-1) \Rightarrow 0.1 \times 10 \times (-12) + 5 = f \times 15 \times (-1) \Rightarrow f = \frac{5}{15}N$$

۲۱۱. گزینه ۲ کل مسیر، از لحظه پرتاب تا رسیدن مجدد به نقطه پرتاب داریم:

$$E_f - E_i = W_f$$

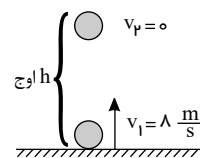
$$K_2 - K_1 = W_f \Rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 - \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 = W_f \Rightarrow W_f = -48J$$

بنابراین در مسیر رفت $\frac{W_f}{2} = -24J$ کار نیروی مقاومت هوا است. حال بین دو نقطه پرتاب تا اوج داریم:

$$E_2 - E_1 = \frac{W_f}{2} \Rightarrow U_2 - K_1 = \frac{W_f}{2}$$

$$mgh_2 - \frac{1}{2}mv_1^2 = -24$$

$$\Rightarrow 2 \times 10 \times h - \frac{1}{2} \times 2 \times 8^2 = -24 \Rightarrow h = 2m$$



۲۱۲. گزینه ۱ ابتدا مسیر AB را در نظر می‌گیریم:

$$E_A = E_B + |W_f|$$

$$K_A + U_{gA} = K_B + U_{gB} + |W_f|$$

$$mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + |W_f|$$

$$2 \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_B^2 + 11 \rightarrow v_B = 7m/s$$

سپس مسیر BC را در نظر می‌گیریم:

$$E_B = E_C + |W_f'|$$

$$K_B + U_{gB} = K_C + U_{gC} + |W_f'|$$

$$\frac{1}{2}mv_B^2 = |f_k \cdot d_{BC} \cdot \cos 180^\circ| \rightarrow \frac{1}{2} \times 2 \times 7^2 = f \cdot d_{BC} \rightarrow d_{BC} = 7m$$

روش تحلیلی: همه انرژی جسم در نقطه A معادل انرژی پتانسیل گرانشی آن یعنی $mgh = 60J$ است که در کل مسیر، صرف غلبه بر کار نیروی اصطکاک می‌شود که در طول مسیر AB معادل

۱۱ ژول و در مسیر BC معادل بقیه یعنی $49J$ است که در نهایت:

$$|W_{fBC}| = f \cdot d_{BC} \Rightarrow 49 = f \cdot d = 7m$$

۲۱۳. گزینه ۲ مبدأ پتانسیل را منطبق بر تراز افقی BC در نظر می‌گیریم:

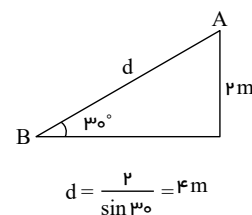
$$E_A = E_B + |W_f|$$

$$K_A + U_{gA} = K_B + U_{gB} + |f_k \cdot d \cdot \cos 180^\circ|$$

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + f_k \cdot d$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 6^2 + 2 \times 10 \times 2 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_B^2 + 3 \times 4$$

$$v_B^2 = 64 \rightarrow v_B = 8m/s$$



$$d = \frac{2}{\sin 30^\circ} = 4m$$

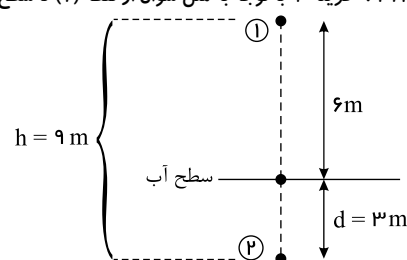
بین دو نقطه B و C که در یک سطح افقی قرار دارند، اصطکاک نداریم، پس:

$$E_B = E_C \xrightarrow{U_B=U_C}$$

$$K_B = K_C \rightarrow v_C = v_B = 8m/s$$

۲۱۴. گزینه ۳ با توجه به متن سؤال از نقطه (۱) تا سطح آب نیروی اتلافی نداریم، ولی از سطح آب تا نقطه (۲) نیروی اتلافی داریم:

$$E_1 = E_2 + |W_F|$$



انرژی پتانسیل را نسبت به نقطه (۲) می‌سنجیم:

$$K_A + U_{g1} = K_B + U_{g2} + |W_F|$$

$$mgh = F \cdot d$$

$$60 \times 10 \times 9 = F \times 3 \rightarrow F = 1800 N = 1.8 kN$$

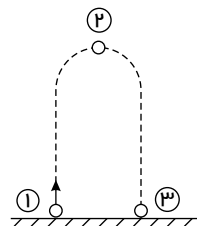
۲۱۵. گزینه ۲ ابتدا قانون پایستگی انرژی مکانیکی را بین ۲ نقطه (۱) و (۲) می‌نویسیم:

$$E_1 = E_2 + |W_F|$$

$$K_1 + U_{g1} = K_2 + U_{g2} + |W_F|$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 = mgh_2 + |W_F|$$

$$|W_F| = \frac{1}{2} \times 0.2 \times 10^2 - 0.2 \times 10 \times 3 \rightarrow |W_F| = 4 J$$



تذکر: در نقطه (۲) سرعت صفر است.

حال قانون پایستگی انرژی مکانیکی را بین دو نقطه (۲) و (۳) می‌نویسیم:

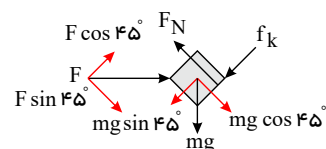
$$E_2 = E_3 + |W_f|$$

$$K_2 + U_{g2} = K_3 + U_{g3} + |W_f| \rightarrow mgh_2 = \frac{1}{2}mv_3^2 + |W_F|$$

$$0.2 \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times 0.2 \times v_3^2 + 4 \rightarrow v_3^2 = 20 \rightarrow v_3 = 2\sqrt{5} m/s$$

۲۱۶. گزینه ۳ از آنجایی که جسم با سرعت ثابت در حال حرکت بر روی سطح شیب‌دار است، پس برابری نیروها (نیروی خالص) در راستای سطح شیب‌دار برابر صفر است.

تمامی نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



$$F_{net} = 0 \rightarrow F \cos 45^\circ - mg \sin 45^\circ - f_k = 0$$

$$f_k = 60 \cos 45^\circ - 4 \times 10 \sin 45^\circ = 10\sqrt{2} N$$

$$Q = |W_{f_k}| = f_k \cdot d \rightarrow Q = 10\sqrt{2} \times \frac{20}{100} \rightarrow Q = 2\sqrt{2} J$$

۲۱۷. گزینه ۴ وقتی خودرو با سرعت ثابت حرکت می‌کند، توان متوسط نیروی موتور خودرو را می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد.

$$\bar{P} = \frac{W}{t} = \frac{Fd}{t} = F\left(\frac{d}{t}\right) = F \cdot v_{av}$$

$$1 \text{ گر} \rightarrow v_{av} = v \rightarrow \boxed{\bar{P} = P = Fv} \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F_2 = F_1 + \frac{25}{100} F_1 = F_1 + \frac{1}{4} F_1 = \frac{5}{4} F_1 \rightarrow \boxed{F_2 = \frac{5}{4} F_1} \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_2 = v_1 + \frac{25}{100} v_1 = v_1 + \frac{1}{4} v_1 = \frac{5}{4} v_1 \rightarrow \boxed{v_2 = \frac{5}{4} v_1} \end{array} \right. \quad (3)$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{F_2}{F_1}\right)\left(\frac{v_2}{v_1}\right) = \left(\frac{5}{4}\right)\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{25}{16}$$

$$\left(\frac{P_2}{P_1} - 1\right) \times 100 = \left[\left(\frac{25}{16} - 1\right) \times 100\right] = \frac{900}{16} \% = 56.25\%$$

۲۱۸. گزینه ۲ طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{پمپ}} = K_2 - K_1$$

$$W_t = 0 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = -W_{\text{وزن}}$$

$$P = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t} = -\frac{W_{\text{وزن}}}{t} = -\frac{(mgh \cos 180^\circ)}{t} = +\frac{mgh}{t} = \rho V g v_{\text{تندی حجم}}$$

$$\frac{P_{\text{آب}}}{P_{\text{نفت}}} = \frac{\rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}} v_{\text{آب}}}{\rho_{\text{نفت}} V_{\text{نفت}} v_{\text{نفت}}} = \frac{1 \times 10 \times 3v}{0.8 \times 15 \times 2v} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{P_{\text{نفت}}}{P_{\text{آب}}} = \frac{4}{5}$$

۲۱۹. گزینه ۴ ابتدا توان پمپ را در هر مرحله با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی به دست می‌آوریم. دقت کنید که کار نیروی پمپ برابر است با مجموع اندازه کار نیروی وزن و افزایش انرژی جنبشی آب:

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{\text{وزن}} = \Delta K \Rightarrow W_{\text{پمپ}} - mgh = K_2 - \cancel{K_1} \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = mgh + K_2$$

$$W_{\text{پمپ}} = (2400 \times 10 \times 10) + \left(\frac{1}{2} \times 2400 \times (5)^2\right) = 270000 J$$

$$P_{\text{پمپ}} = \frac{270000}{120} = 2250 W$$

$$W'_{\text{پمپ}} = (2400 \times 10 \times 10) + \left(\frac{1}{2} \times 2400 \times (10)^2\right) = 360000 J$$

$$P'_{\text{پمپ}} = \frac{360000}{80} = 4500 W$$

درصد افزایش توان پمپ برابر است با:

$$\text{درصد افزایش توان پمپ} = \frac{P'_{\text{پمپ}} - P_{\text{پمپ}}}{P_{\text{پمپ}}} \times 100 = \frac{4500 - 2250}{2250} \times 100 = 100\%$$

۲۲۰. گزینه ۲ ← چون تندی ثابت است پس انرژی جنبشی تغییر نخواهد کرد و بنابر قضیه کار و انرژی جنبشی کل کار برابر صفر خواهد بود.

← نیروهای وزن، مقاوم و نیروی موتور بر روی دوچرخه و دوچرخه‌سوار کار انجام می‌دهند و مجموع

آن‌ها صفر است، پس توان موتور صرف غلبه بر کار نیروی وزن و مقاوم هوا می‌شود.

$$W_{\text{موتور}} + W_{\text{وزن}} + W_{\text{مقاوم}} = 0 \xrightarrow{\div t}$$

← هر ثانیه این موتور سوار ۲۰ متر روی سطح شیب‌دار حرکت می‌کند و چون شیب 30° است تغییر ارتفاع ۱۰ متر خواهد بود:

$$P_{\text{غلبه بر کار وزن}} = \frac{mgh}{t} = 120 \times 10 \times 10 = 12 kW$$

غلبه بر کار نیروی مقاوم:

$$P_{\text{موتور}} = P' + P \rightarrow 22 = P' + 12 \rightarrow P' = 10 kW$$

۲۲۱. گزینه ۴

در هر مرحله با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، کار، سپس توان را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$W_1 = \Delta K = \frac{1}{2} m ((2v)^2 - 0^2) = 4 \Delta mv^2$$

$$P = \frac{W_1}{\Delta t_1} \rightarrow \Delta t_1 = \frac{4 \Delta mv^2}{P}$$

$$W_2 = \Delta K = \frac{1}{2} m ((5v)^2 - 3v^2) = 8 \Delta mv^2$$

$$P = \frac{W_2}{\Delta t_2} \rightarrow \Delta t_2 = \frac{8 \Delta mv^2}{P}$$

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{\frac{8 \Delta mv^2}{P}}{\frac{4 \Delta mv^2}{P}} = \frac{16}{9}$$

۲۲۲. گزینه ۴ از ۱۰ متری زیرزمین تا ۲۰ متری بالای زمین، آب به اندازه ۳۰ متر جابه‌جا می‌شود. در حداکثر ارتفاع، تندی آب صفر است. بنابراین داریم:

$$W = Pt = 2000 \times 10 \times 60 = 12 \times 10^5 J$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 = 0$$

$$W_{\text{پمپ}} = -W_{mg} = -(-mg\Delta h) \xrightarrow{\Delta h=30m} 12 \times 10^5 = m \times 10 \times 30$$

$$\Rightarrow m = \frac{12 \times 10^5}{30 \times 10} = 4000 kg$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 1000 = \frac{4000}{V} \rightarrow V = 4 m^3$$

۲۲۳. گزینه ۲ می‌دانیم $P = \frac{E}{t}$ پس بر حسب یکای اصلی می‌توان نوشت:

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow P = \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \times \frac{1}{s} = \frac{kg \cdot m^2}{s^3}$$

حال در رابطه $P = \frac{1}{4} x v^3$ داریم:

$$\frac{kg \cdot m^2}{s^3} = \frac{1}{4} x \cdot \left(\frac{m}{s}\right)^3 \Rightarrow x = \frac{kg}{m}$$

۲۲۴. گزینه ۴ چون جابه‌جایی شخص با تندی ثابت صورت گرفته است، کاری که شخص انجام می‌دهد با اندازه کار نیروی وزن برابر است و بنابراین داریم:

$$P = \frac{W_{\text{شخص}}}{t} = \frac{|W_{\text{وزن}}|}{t} = \frac{mgh}{t} \Rightarrow P = \frac{50 \times 10 \times 50 \times 0.2}{20} \Rightarrow P = 250 W$$

۲۲۵. گزینه ۳ برای تعیین توان متوسط نیروی مؤثر وارد بر این خودرو، در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$P_{av} = F_{net} v_{av} = ma \left(\frac{v_2 + v_1}{2} \right) = 2000 \times 2 \times \left(\frac{12 + 10}{2} \right) = 44000 W = 44 kW$$

۲۲۶. گزینه ۳ گام اول: تغییر ارتفاع شخص A و B را در طی این جابه‌جایی به دست می‌آوریم:

$$\Delta h = (\text{تعداد پله‌ها}) \times (\text{ارتفاع هر پله}) = 40 \times 20 \times 10^{-2} = 8 m$$

گام دوم: چون جابه‌جایی شخص A و B رو به بالاست، کار نیروی وزن در طی این جابه‌جایی منفی و برابر $W_{mg} = -mg\Delta h$ است:

$$W_{mg} = -m_A g \Delta h = -60 \times 10 \times 8 = -4800 J$$

$$W_{mg} = -m_B g \Delta h = -75 \times 10 \times 8 = -6000 J$$

گام سوم: کار کل انجام شده روی شخص برابر با مجموع کار شخص و کار نیروی وزن است:

$$W_T = W_{\text{شخص}} + W_{mg}$$

گام چهارم: تغییرات انرژی جنبشی اشخاص A و B صفر است، پس با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی داریم:

$$W_T = \Delta K \xrightarrow{\Delta K=0} W_{\text{شخص}} + W_{mg} = 0 \Rightarrow W_{\text{شخص}} = -W_{mg} \Rightarrow \begin{cases} W_{A \text{ شخص}} = 4800 J \\ W_{B \text{ شخص}} = 6000 J \end{cases}$$

گام پنجم: در نهایت با توجه به تعریف توان ($P = \frac{W}{\Delta t}$) داریم:

$$\frac{P_{avA}}{P_{avB}} = \frac{\frac{W_A}{t_A}}{\frac{W_B}{t_B}} = \frac{\frac{4800}{90}}{\frac{6000}{100}} = \frac{8}{9}$$

روش دوم: چون هر دو شخص A و B با تندی ثابت حرکت می‌کنند و یک ارتفاع (h) را می‌پیمایند، برای مقایسه توان متوسط آن‌ها داریم:

$$\frac{P_{avA}}{P_{avB}} = \frac{\left(\frac{mgh}{t} \right)_A}{\left(\frac{mgh}{t} \right)_B} \xrightarrow{h_A=h_B} \frac{P_{avA}}{P_{avB}} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{t_B}{t_A} = \frac{60}{75} \times \frac{100}{90} \rightarrow \frac{P_{avA}}{P_{avB}} = \frac{8}{9}$$

۲۲۷. گزینه ۲ ابتدا سرعت را بر حسب یکای SI آن به دست می‌آوریم:

$$v = 18 \frac{km}{h} = 18 \times \frac{1000m}{3600s} \rightarrow v = 5 \left(\frac{m}{s} \right)$$

چون سرعت جسم ثابت است، پس شتاب حرکت صفر بوده و طبق قانون دوم نیوتون برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر است. پس:

$$F - f_k = 0 \rightarrow F - 20 = 0 \rightarrow F = 20 (N)$$

$$P_F = \frac{W_F}{t} = \frac{F \cdot d}{t} = \frac{F \times vt}{t} \rightarrow P_F = F \times v = 20 \times 5 \rightarrow P_F = 100 (W) \rightarrow F \text{ توان نیروی}$$

۲۲۸. گزینه ۳ بنا به قضیه کار و انرژی جنبشی، کار کل انجام شده (شامل کار نیروی وزن و کار نیروی پمپ) برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. بنابراین داریم:

$$W_t = K_f - K_1 \rightarrow W_{\text{وزن}} + W_{\text{پمپ}} = K_f - K_1 \xrightarrow{K_f=K_1} -mg\Delta h + W_{\text{پمپ}} = 0 \Rightarrow -\rho V g \Delta h + W_{\text{پمپ}} = 0 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = \rho V g \Delta h = 10^3 \times 2 \times 10 \times 30 (J)$$

$$\Rightarrow (P_{av})_{\text{پمپ}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t} = \frac{2 \times 30 \times 10^4}{60} = 10^4 W = 10 kW$$

۲۲۹. گزینه ۲ کار انجام شده توسط موتور خودرو برابر تغییر انرژی جنبشی آن است. برای محاسبه کار کل موتور خودرو داریم:

$$W_t = K_f - K_1 = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_1^2)$$

$$= \frac{1}{2} \times 1865 (18^2 - 12^2) = \frac{1}{2} \times 1865 (18 - 12)(18 + 12) \rightarrow W_t = 1865 \times 3 \times 30$$

حال برای تعیین کمترین توان متوسط موتور خودرو:

$$P_{av} = \frac{W_t}{\Delta t} = \frac{1865 \times 3 \times 30}{3} = 1865 \times 30 W$$

و برای تبدیل این یکا به اسب بخار، باید آن را به ۷۴۶ تقسیم کنیم.

$$P_{av} = \frac{1865 \times 30}{746} \rightarrow P_{av} = 75 hp$$

۲۳۰. گزینه ۲ کار مفید موتور اتومبیل، با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است؛ بنابراین با توجه به تعریف توان مفید موتور اتومبیل، داریم:

$$W = Pt \xrightarrow{W=\Delta K} \Delta K = Pt \rightarrow \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_1^2) = Pt \xrightarrow{v_1=0} \frac{1}{2} (2 \times 10^3) (v_f^2 - 0) = 10 \times 10^3 \times 2 \rightarrow v_f = 2 \sqrt{5} \frac{m}{s}$$

۲۳۱. گزینه ۳ ابتدا تندی خروج آب از دهانه لوله را به دست می‌آوریم:

$$\text{آهنگ شارش حجمی} = Av \Rightarrow 10 \frac{L}{s} = 10 \times 10^{-2} \frac{m^3}{s} = 25 \times 10^{-2} v$$

$$\Rightarrow v = 4 \frac{m}{s}$$

می‌دانیم ۱ لیتر آب برابر ۱ کیلوگرم است. پس:

$$\left(\frac{v}{t} \right) L = \left(\frac{m}{t} \right) kg$$

$$P_{\text{کل}} = \frac{1}{Ra} \times P_{\text{مفید}} = \frac{\frac{m}{t} \left(\frac{v^2}{2} + g\Delta h \right)}{Ra} \Rightarrow \frac{10 \left(\frac{4^2}{2} + 10 \times 2 \right)}{\frac{80}{100}} = 350W = 0.35kW$$

۲۳۲. گزینه ۱

$$\Rightarrow W_t = \Delta K \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + W_{\text{وزن}} = \Delta K \Rightarrow W_{\text{پمپ}} - mgh = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = K_2 + mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh \quad (*)$$

$$P_2 = 5P_1 \Rightarrow \frac{W_2}{t_2} = 5 \frac{W_1}{t_1} \xrightarrow{t_2 = \frac{1}{2}t_1} W_2 = \frac{5}{2}W_1 \xrightarrow{(*)} \left(\frac{1}{2}m(2v)^2 + mgh \right) = \frac{5}{2} \left(\frac{1}{2}mv^2 + mgh \right)$$

$$\Rightarrow 1.5 \left(\frac{1}{2}mv^2 \right) = 1.5mgh \Rightarrow \frac{v^2}{2} = 10 \times 5 \Rightarrow v = 10 \frac{m}{s} \Rightarrow W_1 = \left(\frac{1}{2}mv^2 + mgh \right) = \frac{1}{2}(2000)(10)^2 + (2000)(10)(5) = 10^5 + 10^5 = 2 \times 10^5$$

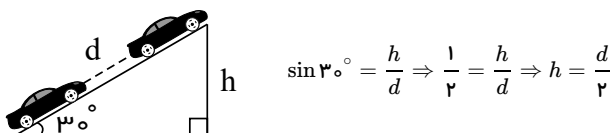
$$\Rightarrow P_1 = \frac{W_1}{t_1} = \frac{2 \times 10^5}{200} = 1000W = 1kW$$

۲۳۳. گزینه ۲ برای محاسبه توان موتور اتومبیل، ابتدا باید کار انجام شده توسط موتور اتومبیل را محاسبه کنیم. با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = K_2 - K_1 \xrightarrow{\text{تندی ثابت}} W_{\text{وزن}} + W_{\text{موتور}} + W_{\text{اصطکاک}} = 0$$

$$\Rightarrow -mgh + W_{\text{موتور}} - \frac{1}{5}W_{\text{موتور}} = 0 \Rightarrow \frac{4}{5}W_{\text{موتور}} = mgh$$

با توجه به نتایج بالا، ابتدا باید ارتفاع سطح شیب دار را به دست آوریم:



$$\sin 30^\circ = \frac{h}{d} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{h}{d} \Rightarrow h = \frac{d}{2}$$

پس داریم:

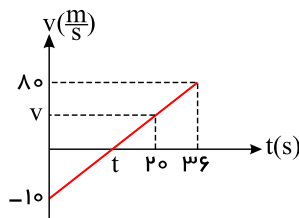
$$\frac{4}{5}W_{\text{موتور}} = 2 \times 10^3 \times 10 \times \frac{d}{2} = 10^4 d \Rightarrow W_{\text{موتور}} = 12500d(J)$$

بنابراین توان متوسط موتور این اتومبیل برابر است با:

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \Rightarrow \bar{P} = \frac{12500d}{\Delta t} \Rightarrow \bar{P} = 12500 \frac{d}{\Delta t} = 12500 \bar{v} = 12500 \times 10 = 125kW$$

۲۳۴. گزینه ۱

سرعت در لحظه $t = 20s$ را نداریم. برای این منظور مراحل زیر را طی می‌نماییم:



اول t را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{80}{10} = \frac{36 - t}{t}$$

$$8t = 36 - t \rightarrow t = 4s$$

سپس v را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{80}{v} = \frac{36 - 4}{20 - 4} \rightarrow v = 40m/s$$

$$P = \frac{\Delta K}{t} = \frac{\frac{1}{2}m(v_2^2 - v_1^2)}{t} \rightarrow P = \frac{\frac{1}{2} \times 4(40^2 - 10^2)}{20} = 150W$$

۲۳۵. گزینه ۲ در ابتدا با توجه به معلوم بودن رابطه بین توان بالا برها، رابطه بین جرم اجسام را محاسبه می‌کنیم. سپس به محاسبه ارتفاع h' می‌پردازیم:

$$P_1 = \frac{m_1gh}{t}, P_2 = \frac{m_2g(2h)}{t}, P_1 = 3P_2$$

$$P_1 = 3P_2 \rightarrow \frac{m_1gh}{t} = \frac{3m_2g(2h)}{t} \rightarrow m_1 = 6m_2$$

در حالت دوم بالا بر (۱)، مجموع دو جرم را تا ارتفاع h' بالا می‌برد:

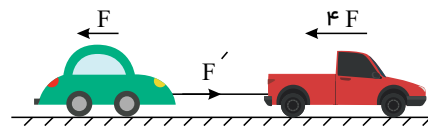
$$P_1 = \frac{(m_1 + m_2)gh'}{t}$$

فیزیک دهم فصل سه

$$P_1 = \frac{(\epsilon m_{\text{پ}} + m_{\text{پ}})gh'}{t} = \frac{m_1 gh}{t} \rightarrow v m_{\text{پ}} h' = m_1 h \xrightarrow{m_1 = \epsilon m_{\text{پ}}} v h' = \epsilon h \rightarrow h' = \frac{\epsilon}{\gamma} h$$

۲۳۶. گزینه ۱ در این تست با توجه به شکل رسم شده، قصد داریم نیروی F' را محاسبه نماییم:

$$P = F \cdot v \rightarrow 200 \times 10^3 = 5F \times 72 \times \frac{10}{36} \\ \rightarrow 5F = 10^4 \rightarrow F = 2000N$$



از آنجاییکه مجموعه با تندی ثابت در حال حرکت است، بنابراین خالص نیروی وارد بر اتومبیل باید برابر صفر باشد و این به آن معنی است که $F' = F$ بنابراین:

$$F' = 2000N = 2kN$$

۲۳۷. گزینه ۲ ابتدا کار انجام شده توسط آسانسور را به دست می آوریم. با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، می توان نوشت:

$$W_{\text{آسانسور}} + W_{\text{وزن}} = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{آسانسور}} + (-mg|\Delta h|) = 0 \Rightarrow W_{\text{آسانسور}} = mg|\Delta h| \Rightarrow W_{\text{آسانسور}} = 880 \times 10 \times 20 = 176 \times 10^3 J$$

توان مفید آسانسور برابر است با:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W}{t} = \frac{176 \times 10^3}{40} = 44 \times 10^3 W = 44kW$$

توان ورودی موتور آسانسور را با استفاده از رابطه $Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100$ به دست می آوریم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{44}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100 \Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = \frac{4400}{80} = 55kW$$

۲۳۸. گزینه ۲ کاری که پمپ روی آب انجام می دهد برابر است با:

$$W_{\text{پمپ}} + W_{mg} = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} + (-mgh) = \frac{1}{2}mv^2 - 0 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = mgh + \frac{1}{2}mv^2$$

جرم آب بالا آمده در هر دقیقه برابر است با:

$$m = \rho V = 10^3 \times 4 = 4000kg$$

مقدار کار پمپ برابر است با:

$$W_{\text{پمپ}} = 4000 \times 10 \times 6.25 + \frac{1}{2} \times 4000 \times 5^2 = 3 \times 10^5 J$$

توان مفید پمپ برابر است با:

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{t} = \frac{3 \times 10^5}{60} = 5000W = 5kW$$

توان الکتریکی مصرفی پمپ برابر است با:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{الکتریکی}}} \Rightarrow \frac{80}{10} = \frac{5}{P_{\text{الکتریکی}}} \Rightarrow P_{\text{الکتریکی}} = \frac{50}{8} = 6.25kW$$

۲۳۹. گزینه ۳

ابتدا توان مفید یا خروجی بالابر را محاسبه می کنیم. سپس با توجه به تعریف توان، کار مفید (که معادل با کار نیروی وزن است) را به دست می آوریم و در نهایت جرم بار جابه جا شده را می یابیم. بنابراین داریم:

$$\frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{کل}}} = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow \frac{25}{100} = \frac{P}{8000} \Rightarrow P = 2000$$

$$P = \frac{W_{\text{مفید}}}{t} \rightarrow 2000 = \frac{W}{10 \times 60} \xrightarrow{W=mgh} 2000 = \frac{m \times 10 \times 10}{10 \times 60} \Rightarrow m = 12000kg = 12 \text{ تن}$$

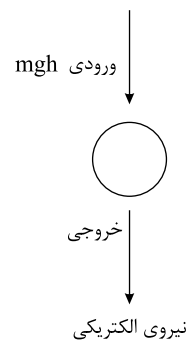
۲۴۰. گزینه ۲

ابتدا کار مفید، سپس انرژی کل را محاسبه می کنیم، پس از آن جرم آب را به دست می آوریم.

$$W = Pt$$

$$W_{\text{خروجی}} = 200 \times 10^6 \times 60 = 12 \times 10^9 J$$

$$R_a = \frac{60}{100} = \frac{12 \times 10^9}{W_{\text{کل}}} \rightarrow W_{\text{کل}} = 2 \times 10^{10}$$



این کار از وزن آبی که سقوط می کند به دست می آید.

$$W = mgh \rightarrow 2 \times 10^{10} = m \times 10 \times 100 \rightarrow m = 2 \times 10^9$$

اینجا برخلاف بقیه حالات mgh (ورودی) و الکتریکی خروجی است.

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 1000 = \frac{2 \times 10^9}{V} \rightarrow V = 2 \times 10^6 m^3$$

۲۴۱. گزینه ۱

$$\Delta h = 7,2 + 2,8 = 10 m$$

$$\frac{80}{100} = \frac{P_{\text{مفید}}}{1500} \rightarrow P_{\text{مفید}} = 1200 \text{ وات} \rightarrow W = Pt = 1200 \times 60 = 72000$$

$$\Delta K = W_{\text{کل}} = W_{mg} + W_{\text{پمپ}}$$

$$\frac{1}{2} m (20)^2 = -m \times 10 \times 10 + 72000$$

$$3000m = 72000 \rightarrow m = 240$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow 800 = \frac{240}{V} \rightarrow V = \frac{240}{800} = 0,3 m^3$$

$$V = 0,3 \times 1000 = 300 L$$

گزینه ۲ . ۲۴۲

$$R_a = \frac{P'_{\text{خروجی}}}{P_{\text{کل}}} \Rightarrow \frac{8}{10} = \frac{180 \times 10^6}{P} \Rightarrow P = \frac{18}{8} \times 10^8 = \frac{9}{4} \times 10^8 W$$

$$P = \frac{mgh}{t} \Rightarrow \frac{9}{4} \times 10^8 = \frac{m \times 10 \times 9}{1} \Rightarrow m = \frac{1}{4} \times 10^9 kg$$

$$m = \rho V \Rightarrow \frac{1}{4} \times 10^9 = 1000 \times V \Rightarrow V = \frac{10^6}{4} = 250000 m^3$$

۲۴۳. گزینه ۴ انرژی ورودی به پمپ طی یک دقیقه برابر است با:

$$E_{\text{ورودی}} = P \cdot t = 5 \times 10^3 \times 60 \Rightarrow E_{\text{ورودی}} = 3 \times 10^5 J$$

از طرفی طبق قضیه کار - انرژی جنبشی می توان نوشت:

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow W_{mg} + W_{\text{پمپ}} = K_2 - K_1 \Rightarrow -mgh + W_{\text{پمپ}} = 0 \xrightarrow{m=\rho V} -300 \times 10^{-3} \times 10^3 \times 10 \times 15 + W_{\text{پمپ}} = 0 \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = (300 \times 150) \\ \Rightarrow W_{\text{پمپ}} = 450 \times 10^3 J$$

حال با استفاده از تعریف بازده، داریم:

$$\text{بازده} = \frac{W_{\text{پمپ}}}{E_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{450 \times 10^3}{3 \times 10^5} \times 100 = 15\%$$

۲۴۴. گزینه ۴ با توجه به اینکه از نیروهای تلف کننده صرف نظر شده (در شرایط خلا)، انرژی پتانسیل وزنه در ارتفاع h برابر انرژی جنبشی وزنه هنگام برخورد با زمین است. بنابراین داریم:

$$U = K = \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} \times 100 \times 6^2 = 1800 J$$

انرژی پتانسیل وزنه در ارتفاع h همان انرژی مفید بوده و داریم:

$$\text{بازده} = \frac{E_{\text{مفید}}}{E_{\text{مصرفی}}} \times 100\% = \frac{1800}{4000} \times 100\% = 45\%$$

۲۴۵. گزینه ۴

اگر زمین را مبدأ پتانسیل گرانشی فرض کنیم، ابتدا مقدار کار مفید پمپ را به صورت زیر به دست می آوریم: (قبل از هر چیزی می دانیم که با توجه به چگالی آب، جرم ۴۰۰ لیتر معادل ۴۰۰

کیلوگرم است.)

$$E_1 = E_p + |W_f| \Rightarrow W_{\text{مفید پمپ}} + \frac{1}{2}mv_1^2 = \frac{1}{2}mv_p^2 + mgh_p + |W_f|$$

$$\Rightarrow W_{\text{مفید پمپ}} + \left[\frac{1}{2} \times 400 \times 4\right] = \left[\frac{1}{2} \times 400 \times 25\right] + [400 \times 10 \times 15] + 200 \Rightarrow W_{\text{مفید پمپ}} = 64400 J$$

اکنون بازده را به دست می آوریم:

$$Ra = \frac{W_{\text{مفید پمپ}}}{W_{\text{ورودی پمپ}}} \times 100 = \frac{64400}{92000} \times 100 = 70\%$$

۲۴۶. گزینه ۱ برای مقایسه کار انجام شده توسط دو ماشین، ابتدا رابطه بازده هر یک را نوشته و با توجه به معلوم بودن نسبت بازده آنها، به صورت زیر عمل می کنیم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{out}}{P_{in}} \xrightarrow{P_{in}: \text{ یکسان}} \frac{P_{\text{بازده } A}}{P_{\text{بازده } B}} = \frac{P_{out A}}{P_{out B}} \xrightarrow{P = \frac{W}{t}} \frac{W_A}{W_B} \times \frac{t_B}{t_A} \rightarrow 3 = \frac{W}{W'} \times \frac{2t}{t} \rightarrow \frac{W}{W'} = \frac{3}{2}$$

۲۴۷. گزینه ۴ در گام اول به کمک رابطه بازده، توان ورودی (کل) موتور خودرو را محاسبه می کنیم:

$$\text{بازده} = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow \frac{30}{100} = \frac{84}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow P_{\text{ورودی}} = 280 kW$$

حال، مدت زمان حرکت خودرو را در $200 km$ حساب می کنیم:

$$v = \frac{d}{t} \Rightarrow 100 = \frac{200}{t} \Rightarrow t = 2h$$

در گام بعدی، به کمک رابطه توان، انرژی سوخت را به دست می آوریم.

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow 280 = \frac{E}{2 \times 3600} \Rightarrow E = 2 \times 28 \times 36 \times 10^3 kJ = 2 \times 28 \times 36 MJ$$

حال با یک تقسیم ساده، مقدار لیتر بنزین مصرفی محاسبه می شود.

$$\frac{2 \times 28 \times 36 MJ}{140 \frac{MJ}{L}} = 144 L$$

۲۴۸. گزینه ۲ توان خروجی هر آسانسور به کمک رابطه $P = \frac{mgh}{t}$ محاسبه می شود و با تقسیم آن بر توان ورودی، بازده هر آسانسور به دست می آید:

$$Ra_A = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{\frac{\overbrace{(n \times 75)}^{\text{تعداد مسافران}} \times g \times 10}{15}}{P} = 50 \frac{ng}{P}$$

$$Ra_B = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} = \frac{\frac{(n \times 80) \times g \times 30}{20}}{1.5P} = 80 \frac{ng}{P}$$

مشخص است که بازده آسانسور B بیشتر است.

۲۴۹. گزینه ۲ برای هریک از ماشین ها، بازده را به صورت زیر محاسبه می کنیم:

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مفید}} + P_{\text{تلف}}} \times 100 \Rightarrow \begin{cases} \text{ماشین اول: } Ra_1 = \frac{3}{3+1} \times 100 = 75\% \\ \text{ماشین دوم: } Ra_2 = \frac{7}{7+3} \times 100 = 70\% \end{cases} \Rightarrow \frac{Ra_1}{Ra_2} = \frac{75}{70} = \frac{15}{14}$$

۲۵۰. گزینه ۴ موارد مورد توجه:

(۱) بازده شخص ۶۰ درصد است. یعنی از هر $100 kJ$ انرژی که شخص مصرف می کند $60 kJ$ آن را به شکل کار خروجی از فرد خواهیم دید.

(۲) شخص 150 گرم گوشت به ارزش غذایی $12 kJ/g$ استفاده نموده است. پس کل انرژی دریافتی توسط شخص: $1800 kJ = 150g \times 12 kJ/g$ است. و از این مقدار انرژی ۶۰ درصد آن

مفید برای انجام کار خواهد بود. $(E = 1800 kJ \times \frac{60}{100} = 1080 kJ)$ و این مقدار انرژی بایستی شخص را تا ارتفاع h با سرعت ثابت بالا ببرد. انرژی جنبشی شخص تغییری نکرده است و

فقط افزایش انرژی پتانسیل شخص اتفاق افتاده است.

$$mgh = E = 1080000 J \rightarrow 60 \times 10 \times h = 1080000 \rightarrow h = 1800 m$$